

622

M82

# СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ

ВЫПУСК ВТОРОЙ

Под редакцией  
академика А. М. ТЕРПИГОРЕВА



С-23

# СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ

ВЫПУСК ВТОРОЙ

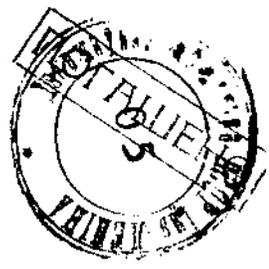
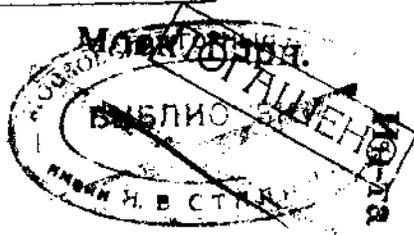
~~99797~~

Под редакцией

академика А. М. ТЕРПИГОРЕВА

Республиканская  
наукова-технічна  
бібліотэка

at



6379

751939

Ответственный редактор:  
академик **А. М. ТЕРПИГОРЕВ**

Техред: **М. В. ВАСИЛЬЕВ**

---

Сдано в набор 26/II -- 37 г. Подписано к печати 13/V -- 37 г.

Формат бумаги 62 × 94 — 1/16. Печатных листов 6 1/4.

Печатных знаков в листе 50.000.

Уполном. Мособлгорлита № Б-1161.

Заказ 1176. Тираж 200.

---

Типография Московского Горного Института им. И. В. Сталина.  
Б. Калужская, 14.

## **Первые микроскопические исследования сажи- стых углей из буровых скважин № 1, 2, 3, 4, 5, 7 и 8 Паликовского месторождения (Брюсова Буда) Западной области \***

Лаборатории микроскопии угля Московского Горного Института им. И. В. Сталина 31/Х—34 г. и 7/1—35 г. были доставлены Мосгеотрестом 28 образцов (вес 2568 гр.) ископаемых и сажистых углей из 7 буровых скважин Паликовского месторождения Западной области (см фиг. 1).

Препараты для микроскопических исследований сажистых углей изготовлялись применительно к методике препарирования, проработанной Н. А. Волковым и К. И. Сургейлис („Методика препарирования сажистых углей Бобриковского района Подмосковского бассейна“ Сборник научных трудов Моск. Горн. Института № 1). Кроме того было проведено мацерирование главных типов сажистых углей и отдельных образцов угля.

Изготовлено 65 прозрачных шлифов, включая и тонкие — аншифы, 55 аншлифов и проведено 12 мацераций (5 препаратов).

Исследования всех доставленных образцов производились макро-скопические и микроскопические на тонких, прозрачных шлифах, а в случаях затруднений с получением тонкого препарата по тонким аншлифам и аншлифам.

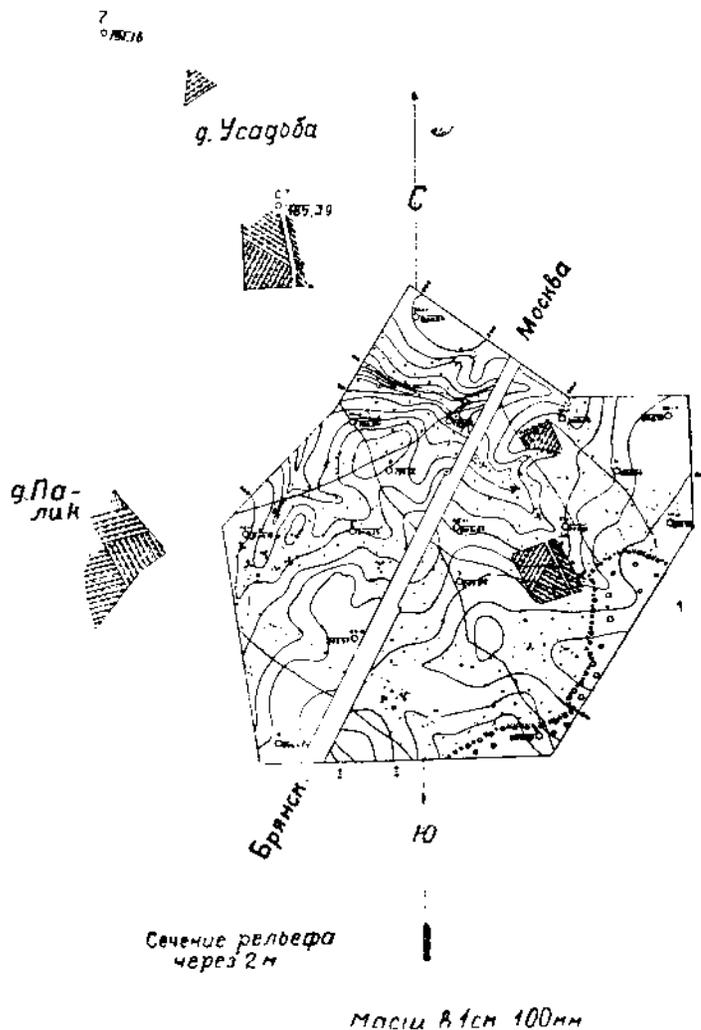
При этих исследованиях (см. фиг. №№ 2, 3, 4, 5) были выделены образцы и слои угля; 8/8 скважины № 1 (вес образца 25 гр.) — 15/15 скважины № 8 (вес обр. 75 гр.) — 8/8 скв. № 2 (вес обр. 17 гр.) 20/20 скваж. № 3 (вес 11 гр.) и 21/21 скв. № 4 (вес 17 гр.) и три типа сажистых углей, подразделение которых и характеристика приводятся ниже.

При микроскопических исследованиях ископаемых углей устанавливается для всех образцов углей скважин наличие двух типов гумусово-сапропелевого угля.

**Первый тип гумусово-сапропелевый** дает плотный гумусовый дюреновый уголь с содержанием до 30% сапропелевых элементов, включений форменных элементов, минеральных образований (см. фиг. 6) и прослеживается в скважинах №№ 1 и 2. Микроскопическая картина представляет основную гумусовую массу угля со скоплениями водо-

\*) См. доп. Н. А. Волков. Материалы по разведочным работам на месторождении угля Брюсова Буда и смежных с ним.

рослей *Pila R.*, *Cladiscothallus Kocsereni R.* ячеистого строения светло-желтой окраски, иногда с примесью минеральных образований серо-желтого цвета. Сохранность водорослей хорошая. Содержание их в угле образцов слоя 8/8 скв. № 1 определяется в пределах до 30%, а слоя 8/8 скваж. № 2 в пределах 20%. Из других форменных элементов в угле наблюдаются с хорошей сохранностью 3-лучевой линии разверзания микроспоры, обрывка макроспор до 8—10% и кутикула в пределах 3—4%. Химический анализ устанавливает содержание летучих веществ в угле от 24—43% и зольность угля в пределах 9—25% (см. табл. 1).



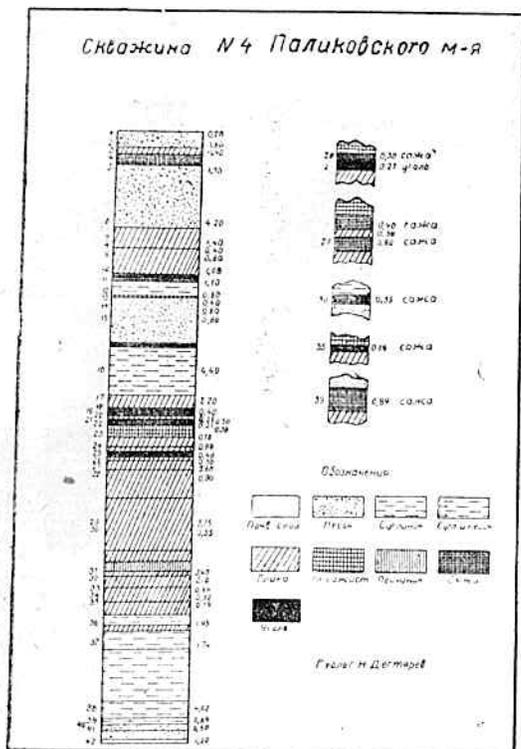
Фиг. 1. План размещения буровых скважин.

**Второй гумусово-сапропелевый тип** с прослоями тонких кsilовитреновых полос (см. фиг. 7) характеризуется преобладающей гумусовой дюреновой основной массой с содержанием сапропелевых элементов в пределах 3—5—8—10% и наличием микроспор, макроспор до 30%, кутикулы до 6—7%, включений прослоев кsilовитреновых полос и большим содержанием минеральных примесей. Этот тип угля прослеживается в скважинах №№ 3, 4 и 8. Данных химического анализа угля скваж. №№ 4 и 8 Трестом не представлено, но по результатам хим. исследования угля скв. № 3 можно установить, что этот тип угля характеризуется меньшим содержанием

летучих веществ, влажности и повышением содержания минеральных примесей в угле, а также частично и содержания серы (данные скв. № 3 повышены за счет конкреции пирита). Сводные данные по изложенным двум типам угля приводятся в таблице № 1).

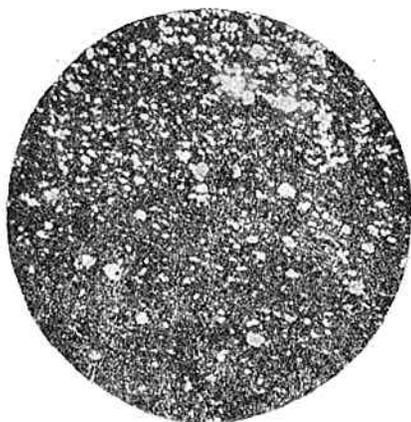


Скважина № 4 Паликовского м-я



Фиг. 5.

Отложение второго типа гумусово-сапропелевого угля с прослоями тонких полос ксиловитрена происходило при более сильном обводнении, чем в первых условиях образования угля. Площадь распростране-



Фиг. 6. Общий вид дюренового гумусово-сапропелевого угля I типа: а—водоросли, т—одиночные обрывки макроспор. Тонкий шлиф  $\times 55$  кв. 1, слой 8/8 Б. кус.

ния этого типа угля определяется скв. № 8, 4, 3, как вершинами сторон треугольника, которые граничат с соседними скважинами № 1, 2, где преобладал переходный озерно-болотный режим и образовался первый тип угля.

Во втором типе угля, в силу отмеченных особенностей образования, преобладают процессы гумификации над процессами битуминизации. Принос водами в водоем производился не только растительного материала и включений форменных элементов, но и более значительный минеральных образований, чем в первом типе угля. Данные химанализа подтверждают для скваж. № 3 повышение содержания золы в угле, частично серы и уменьшение выхода летучих веществ (20%). Сравнение мощностей угля скважин № 1 и 2, а также № 8 и 3 показывает, что в основном мощность варьирует от 0,27 м. до 0,60 м., с перепадами через 0,40, 0,45 м. и 0,54 м.

Образование первого и второго типа гумусово-сапропелевых углей



Фиг. 7. Общий вид дюренового гумусово-сапропелевого угля II типа а—водоросли, с—кутикула, д—прослой ксиловитрена. Увел. 55, скв. 4, слой 21/21, верт. разр. тонк. шлиф.

Таблица № 1

## Сводная таблица по гумусово-сапропелевым углям скважины №№ 1—2—3—4—8.

№ сква- жин	№№ слое н образц	Мошн- ость	Кривая мет.	Почва мет.	В основном уголь	Содерж. сапропел. элемент.	Содержан. микро-на- кроспор.	Содержа- ние кати- онов	Минераль- ные обра- зования	Рабочее топливо					Абс. сух. топливо			
										Wp	Ap	Sp	Vp	Qp	Ac	Sc	Vc	Qc
1	8/8	0,45	Сажа 5,85	Глинист. сажа с 6,30	Гумус. уголь с содержанием сапропел. элементов	30%	8%	8%	2—3%	8,21	8,91	1,74	43,62	6703	9,70	1,90	47,52	7302
8	15/15	0,54	Сажа 11,95	Глина 12,49	Включает по- лосы ксило- литрена	3%	25—30%	2%	5—8%	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2	8/8	0,60	Сажа 11,70	Глина 12,30	Гумус. с со- держанием сапроп. эле- мент.	20%	8—10% с глиной	3—4%	13—15%	6,5	24,66	2,88	34,63	5493	26,24	3,06	36,86	5852
4	21/21	0,27	Сажа 22,20	Глина 22,47	Включ. полосы ксилонит- рена	5%	18—20%	6—7%	7—10%	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3	20/20	0,40	Сажа 26,60	Глина 26,20	Включ. полосы ксилонит- рена	8—10%	10—12% с глиной	4—5%	15—16%	5,28	45,84	10,20	20,18	3454	48,39	10,77	21,30	3646

было прекращено наступившим периодом сильного обводнения для всей площади водоема и приносом большого количества тонкоизмельченного минерального материала (вместе с растительным) и созданием условий для отложения первого типа сажистых углей, т. е. кровли гумусово-сапропелевого угля.

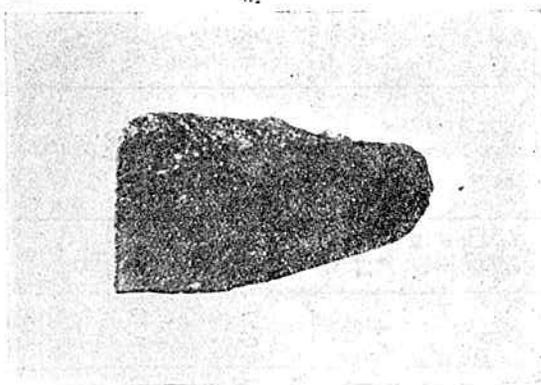
**Первый тип сажистых углей.** Макроскопические и микроскопические исследования образцов сажи и данные петрографических изучений минеральных примесей в них устанавливают, что первый тип выделяются в слое 7/7 скважины № 2 (вес образца 80 г.), фиг. 11 слое 19/19 скв. № 3 (вес 470 г) и слое 20/20 скв. № 4 (вес 115 гр.) и макроскопически характеризуется серо-темной окраской углисто-глинистой массы с преобладанием песчано-глинистого материала (см. фиг. 12). Плотные углистые частицы угловатые как в тонко-измельченном состоянии, так и размерами  $2 \times 3$  мм,  $3 \times 5$  мм и  $5 \times 5$  мм вкраплены в глинистую массу.

Минеральные образования состоят из зерен кварца и пирита.

В массе пылевидный фюзен также встречается. В скважинах № 3 и 4 содержание измельченных углисто-глинистых материалов увеличивается. Зерна пирита встречаются размерами до 0,5 мм и даже линзочками и отдельными конкрециями. При микроскопических исследованиях тонких препаратов устанавливается в темно-бурой гумусовой основной массе чаще присутствие микроспор, реже макроспор, обрывки кутикулы и как исключение водоросли (см. фиг. 8). Содержание форменных элементов к слою 20/20 скв. № 4 уменьшается при увеличении содержания минеральных включений. Петрографические изучения минеральных включений в этом типе сажистых углей выявляют окатан-



Фиг. 11. Общий вид глинисто-углистого материала слоя 14/14, скв. № 7, ш—сохран. макроспора среди минеральных и углистых частиц. Увеличение 55, тон. шлиф В/р.



Фиг. 12. Макроснимок с анишлифа сажистого угля I типа, слой 7/7, скв. № 2, 1, 6 Н. В.

ные зерна кварца размером 0,002 мм до 0,02—0,05 мм, чешуйки серицита 0,001—0,09 мм, зерна пирита 0,0015 мм и даже конкреции его 5—7 мм. Образцов слоя 7/7 скважины № 1 трестом не было передано. Сводные данные по скв. № 1, 2, 3, 4 приводятся в таблице II.

При петрографических изучениях образцов сажистых материалов можно установить, что чешуйки серицита присоединяются к непрозрачному веществу угля и пирита. Это явление можно обнаружить и при

отмучивании образцов сажи — чешуйки серицита всегда откатываются вместе с хлопьевидным углем. Размеры чешуек в слое 7/7 скв. № 2 0,09 мм и меньше. Кварцевые зерна скатанные, размерами 0,0015—0,02—0,05 мм по классификации Твенхофеля являются песчаными глинами, которые могли быть отложены при скоростях течения воды максимум 0,08 метр. в секунду.

Отдельные включения пылевидного фюзена встречаются. Из форменных элементов в гумусовой массе микро и макроспоры, остатки кутикулы и как исключение водоросли. К слою 20/20 скв. № 4 наблюдается повышение содержания минеральных образований, при уменьшении включений форменных элементов. В этом типе сажистых углей присутствие пылевидного фюзена, при отмеченных тонкоизмельченных минеральных образованиях, говорит за приносный характер этого растительного материала в сажистом угле, который был образован в ином месте в болоте, при наступивших засушливых условиях. Наличие одиночных водорослей свидетельствует, что наряду с чистым процессом гумификации, также частично проходил и процесс битуминизации. В пределах скв. № 1 и 2 мощность пласта колеблется от 0,50 до 0,60 метр., а в пределах скваж. №№ 3 и 4 от 0,30 до 1,45 м, что определяет и направление перемещения материала и области выклинивания и увеличения мощности пласта сажистых углей этого типа.



Фиг. 8. Общий вид сажистого угля 1 типа—а—линза фюзен м—микроспоры, а—водоросли. Увеличение 55 скв. 2, слой 7/7, тонкий шлиф, разр. верт.

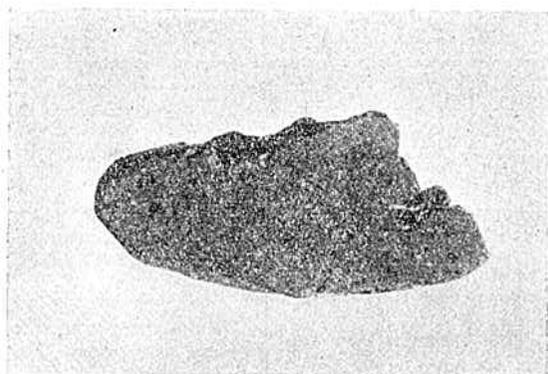
### Второй тип сажистых углей.

Макро и микроскопические исследования образцов сажи и результаты петрографических изучений минеральных образований устанавливают, что второй тип угля выделяется в слоях № 10/10 (вес образца 78 гр. и 77 гр.) и 17/17 скв. № 1, слоях 14/14 и 21/21, скв. № 2 (вес образца 57 и 115 гр.) и слое 27/27 скв. № 4 (вес образца 145 гр.) Отсутствие данных химанализа скважин № 5 и № 8 и колонки буровых несколько затруднило сопоставление геохимических исследований этого типа угля сажи. По данным микроисследований нужно полагать, что к этому же типу сажистых углей надлежит отнести и слой 15/15 и 17/15 скважины № 5 и слои 20/20, 20/23 и 20/24 скваж. № 8. Этот тип характеризуется конгломеративным характером включений угольных плотных угловатых частиц размером 2x3 мм 8x7 мм. в глинисто-углистой массе коричневой или серо-коричневой окраски (см. фиг. 13 и 14). Минеральные примеси в виде угловатых и окатанных зерен кварца. Микроскопическая характеристика выделенного типа (см. фиг. 9) — изредка встречаются водоросли, из форменных элементов чаще микроспоры, обрывки кутикулы. В слое 14/14 встречаются макроспоры при плохой сохранности микроспор. К слою 27/27 скв. 4 наблюдается уменьшение форменных элементов — микроспор и кути-

Сводные данные по первому типу сажулей скв. №№ 1—2—3—4.

№ сква- жины	№ сква- жы	Мощно- сть образ- ца	Мощно- сть 1	Кровля со- стояла мен-	Содержание формен. элементов и общая ха- рактеристика	Петрограф. состав	Рабочее топливо					Абсол. сухое топливо			
							Wp	Ap	Sp	Vp	Qp	Ac	Sc	Vc	Qc
1	7/7		0,60	Глина са- жист. 2,59	—	—	6,03	48,55	1,18	22,22	3345	51,66	1,21	23,64	3558
2	7/7		0,50	Глина и глина сажу- стая 0,20 7,80	Линзы фюзена ма- кро-микроспоры как исключ. водо- росли	Зерна кварца 0,05 —0,02 мм, се- рицит 0,09 мм, пирит конкар.	7,84	43,70	3,70	15,78	3324	47,11	4,01	17,12	3606
3	19/19		1,45	Глина са- жистая 0,95	Микроспоры, реже макро и独一无- ные водоросли	Окатанные зерна кварца 0,0045— —0,003, пирит 0,0015	22,65	35,41	1,36	14,20	2822	45,77	1,54	18,35	3648
4	20/20		0,20 м.	Глина 0,35 0,40.	Реже макро-микро- споры и кутикула с глинист. матер.	Зерна кварца 0,0015 и более, пирит 0,002— 0,006 м	—	—	—	—	—	—	—	—	—

кулы, обрывки макроспор, а в основной массе угля появляются не широкие светло-желтые компактные прослои. Петрографическое изучение минеральных образований выявляет в этом типе сажистых углей увеличение содержания чешуек серицита и размеров зерен кварцевых примесей в угле в пределах от 0,015—0,02 до 0,12 мм. (см. табл. III).



Фиг. 13. Макроснимок с аншлифа сажистого угля II типа, слой 14/14 скв. № 2, 1, 6 Н.В.

включениях серы от 1.40 до 2.52%. Сводные данные по второму типу сажистых углей приводятся в таблице III.

Второй тип сажистых углей конгломеративного характера образован плотными частицами дюренового угля в углисто глинистой песчаной массе коричнево-серой окраски. Форменные элементы, встречаемые в этом типе сажи, чаще микроспоры, иногда даже макроспоры и остатки кутикулы. Минеральные образования состоят из тонкозернистого кварцевого песка и чешуек серицита. Этот тип сажистых материалов образовался также при условиях сильного обводнения площади водоема, при котором захваченные частицы угля вместе с минеральными образованиями находились в движении при максимальной скорости течения воды в 0,26 м/сек. и отложились уже после накопления сажистых углей третьего типа, бедных включениями чешуек серицита и богатых минеральными образованиями, состоящими из зерен кварца значительно более крупного размера, чем во втором типе сажистых углей.

### Третий тип сажистых углей.

Макро и микроскопические исследования и данные петрографических изучений минеральных примесей выделяют этот тип углей в слое 29/29 скважины № 2 (вес обр. 108 гр.), слоях 36/38, 36/39 (вес образца 38 гр. и 63 гр.) скважины № 5 и в слое 30/30 скважины № 3 (вес образца 397 гр.).

Макроскопически материалы представлены серо-черной углисто-глинистой массой в тонком измельчении, с линзочками фюзена и включениями минеральных образований. Вкрапленности плотных углистых частиц не наблюдается, а вся масса, состоящая из тонко-измельченных материалов, (фиг. 15) содержит мелкие углистые частицы и линзочки волокнистого угля, пронизанные тонким пиритом. В образцах

## СВОДНЫЕ ДАННЫЕ ПО ВТОРОМУ ТИПУ

№№ свая- жин	№№ слоя обр.	Мощность метр.	Глубина, по- рода метр	Кровля пор.	Петрограф. состав	Форменные элементы
1	10/10	1.41	9—50	8.09	Кварц-зерна 0.010— 0.08 мм серицита мало.	Микроспоры макро; редко водоросли
1	17/17	1.95	24.00	22.05	0.06 } 0.12 } кварц и меньше, серицит 0.03—0.5 мм	Микроспоры кутикула, редко водоросли
8	20/22	0.32	15.45	15.13	Кварц. зерна 0.0015, сер. 0.0015—0.15 мм	Мелкое измельчен. частиц угля и глины макро 2—3% микроспоры
8	20/23	0.37	15.82	15.45	Серицит размер. 0.015— 0.03—0.3 мм, пирит зерна 2×2×2 мм 2×2.25 мм	Одиночно микро макро- споры как бы принесен. глинист. матер.
8	20/24	0.28	16.10	15.82	Серицита чешуйки 0.09 мм зерна пирита	Загрязн. микро в тем- ной массе угля куски са- пропел. и много минер. зерен-кутикула
2	14/14	1.40	16.20	14.80	Кварц зерна 0.015—0.02, сериц.—0.015—0.045 мм	Микроспоры, реже макроспоры, много глин. матер.
2	21/21	2.00	28.75	26.75	Кварц крупн. зерна се- рицита меньше	Малоформ. элемент. обрыв кутикулы
4	27/27	0.60	26.10	25.50	Кварц. зерна 0.03, много глины, пирит 0.01 мм	Много микро, сохран- ная кутикула, обрывки макроспор в глин. матер.

## САЖИСТЫХ УГЛЕЙ СКВАЖИН №№ 1, 2, 4, 8

Основная характеристика	Рабочее топливо					Абс. сухое топливо			
	Wp	Ap	Sp	Vp	Qp	Ac	Sc	Vc	Qc
Конгломерат. угля разм. 3×5 мм и минер. части	7.79	42.29	2.52	22.09	3746	45.85	2.73	23.95	4060
Частицы угля 4—5 мм.	8.71	49.21	1.83	13.60	2864	53.90	2.00	14.39	3137
Тонкое конгломератив. сложение частиц угля и глины	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Тонкое измельчение частиц угля и сероглин. мат. с минерал. зёрнами	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Частицы угля 5×3×1мм, серо-темн. глина и мин. включения	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Конгломератив. из тон- ких частиц и глин. матер.	18.50	20.13	1.58	17.89	3522	36.08	1.89	21.42	4229
Преоблад. глин. мате- риал в углист. конгломе- ративн.	8.81	56.08	1.40	11.15	2201	61.49	1.53	12.22	2419
Частицы угля реже глин., угл. частиц в тон- ком измельчении	—	—	—	—	—	—	—	—	—

слоя 36/38 и 36/39 скв. № 5 наличие линз фюзена имеется и наблюдается коричневая окраска углисто-глинистой массы. Микроскопическое исследование тонких препаратов сажистых материалов дают редко компактную, а обычно с прослоями, непрозрачную основную массу (фиг. 10), в которой наблюдаются не часто форменные элементы — макроспоры, с бугорчатыми эскинами и микроспоры. В аншлифах среди глинистой массы редкие форменные элементы микроспоры и линзы фюзена. Минеральные образования при петрографическом изучении состоят из окатанных зерен кварца размером 0.15—0.30 мм, мелких зерен пирита размерами 0.045—0.08 мм и встречается немного очень мелких чешуек серицита размером 0.015—0.005 мм. Для слоев 36/38 и 36/39 скважины № 5 количество форменных элементов в основной массе увеличивается, главным образом за счет макроспор и частично микроспор (фиг. 16). Наблюдаются также линзочки волокнистого угля. Содержание в этом типе сажистого угля чешуек серицита уменьшается количественно при возрастании кварцевых зерен как по количеству, так и размерам. Скв. № 2 слой 29/29 размер зерен кварца 0.15—0.30 мм серицита 0.005—0.015 мм.



Фиг. 14. Микроснимок. Общий вид II типа сажистых углей скв. № 2, слой 14/14. Зерна кварца среди углисто-глинистой массы и частиц угля. Увеличение 100.

Химический анализ состава рабочего топлива и абсолютно сухого топлива только для слоя 29/29 скв. № 2 следующий  $W_p=11.48\%$ ,  $A_p=55.83\%$ ,  $S_p=2.77\%$ ,  $V_p=13.09\%$  и  $Q_p=21.33\%$ . Сухое топливо  $A_c=63.07\%$ ,  $S_c=3.13\%$ ,  $V_c=14.78$  и  $Q_c=2408$  кал.

К скважине № 3 слою 30/30 количество минеральных примесей среди основной массы увеличивается. От примесей углисто-песчано-глинистых образований масса приобретает серо-коричневую окраску. Распределение минеральных включений в основной массе более равномерное. Зерна кварцевого песка в этом типе сажистых углей по классификации Твенхофеля (0,25—0,125 мм) относятся к тонкозернистым, отложение которых протекало при максимальных скоростях течения воды 0,28 м/сек. Скопления пирита, наблюдаемые в мелких зернах, являющиеся цементом песчинок кварца и угольных частиц, указывают на более позднее его образование.

Образование третьего типа сажистых углей при наличии в основной массе включений древесины в стадии

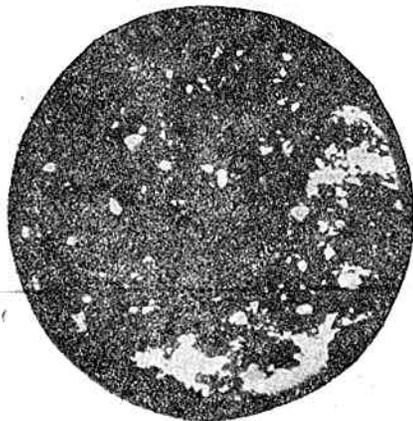


Фиг. 9. Общий вид сажистого угля II типа: м — микроспоры, р — минер. образования. Увеличение 60, скв. 2, слой 21/21, верт. разрез тонкий шлиф.

фюзена, уменьшение содержания растительных остатков, форменных элементов и чешуек серицита при возрастании зерен кварца как по размерам, так и количеству, происходило при других условиях, чем во втором типе сажистых материалов. Колебания мощности пласта для скв. № 2 и № 3 изменяется в пределах 1.10—1.23 мтр, а к скв. № 4 согласно разреза буровой мощность пласта уменьшается. Образцов слоев скв. № 4 трестом представлено для исследования не было, в силу чего подтвердить данными геохимического изучения отмеченное положение не удалось.



Фиг. 15. Микроснимок III типа сажистых углей скв. № 3 слой 30/30. Зерна кварцита среди частиц угля. Увеличение 145.



Фиг. 10. Общий вид сажистого угля III типа; m—отдельные микроспores, p—минеральные примеси. Увеличение 55, скваж. 2, слой 23/29, тонкий шлиф верт. разрез.



Фиг. 16. Микроснимок макроспора m с гладкой оболочкой среди глинисто-углистой основной массы, скв. № 5, слой 36/38. Аншлиф увеличение 145.

## МАЦЕРАЦИЯ

Мацерирование проводилось после окончания всех исследований обычным для подмосковных углей методом растворения в щелочи, без подогревания. Только при повторных исследованиях применялось подогревание для ускорения. Описание полученных препаратов приводится в последовательности, соответствующей выделенным типам сажистых материалов.

1. Скв. № 2, слой 7/7. Материал отличается большим содержанием микроспор, главным образом с широкой оторочкой. Остальные формы узкокрылых и бескрылых встречаются в меньшем количестве.

Макроспores наблюдаются с волосками, последние имеют вид оленьих рогов.

2. Скв. № 3, слой 19/19. Из микроспор преобладают бескрылые формы. В небольшом количестве встречаются широко и узкокрылые оболочки. Кутикула с прямыми стенками клеток. Из стеблевых остатков имеем единичные мелкие фрагменты сосудистых элементов с лестничными и круглыми порами. Кроме этого в одном образце имеется примесь водорослей *Cladiscot hallus Kosereni R.*

3. Скв. № 4, слой 20/20. Микроспор сравнительно мало. Наблюдаются оболочки различной формы широко и узкокрылые и бескрылые, оболочки микроспор гладкие. Кутикулы, с прямыми стенками клеток, также незначительное количество. Из стеблевых остатков имеем сосудистые элементы с округлыми и лестничными порами.

4. Скв. № 1, слой 16/16. Микроспор много различных форм. Имеются ширококрылые, узкокрылые и бескрылые. Наблюдаются обрывки кутикулы с прямыми стенками клеток.

5. Скв. № 2, слой 14/14. Микроспоры преобладают с узкой оторочкой, но имеются также и с широкой оторочкой и бескрылые. Макроспоры с гладкой оторочкой. Кутикула с удлинненными клетками и прямыми стенками. Стеблевые остатки в виде мелких сосудистых элементов с округлыми порами. Имеется примесь водорослей типа *Pila R.*

6. Скв. № 2, слой 21/21. Микроспоры представлены различными формами с широкой и узкой оторочкой и совсем без оторочки. Макроспоры редко с гладкой оторочкой. Кутикула с прямыми стенками клеток.

7. Скв. № 4, слой 27/27. Материал вследствие сильной минерализации содержит небольшое количество растительных остатков. Здесь единично встречаются микроспоры и отдельные фрагменты кутикулы с прямыми стенками клеток.

8. Скв. № 5, слой 15/17. Микроспор довольно много различных форм как широко и узкокрылых, так и бескрылых. Кутикула с прямыми стенками клеток. Единично имеются водоросли типа *Cladiscot hallus Kosereni R.*

9. Скв. № 2, слой 29/29. Микроспоры преимущественно узкокрылые и бескрылые. Кутикула изредка с прямыми стенками клеток. Единично примешены водоросли типа *Pila R. Cladiscot hallus K. R.* Изредка наблюдаются обрывки стеблевых элементов с округлыми порами.

10. Скв. № 3, слой 30/30. Микроспоры представлены различными формами с узкой и широкой оторочкой и без оторочки. Обрывки кутикулы с прямыми стенками клеток.

11. Скв. № 5, слой 36/39. Наблюдается большое количество оболочек макроспор, главным образом гладких.

Кроме этого имеются несколько форм микроспор, преимущественно узкокрылых и бескрылых и лишь единично оболочки с широкой оторочкой.

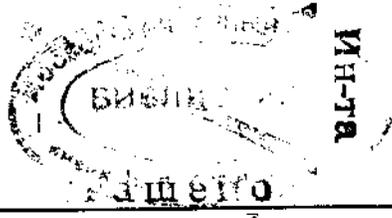
12. Скв. № 7, слой 14/14. Много микроспор главным образом ширококрылых. Кроме того имеются узкокрылые и бескрылые. Макроспоры редко с гладкой оболочкой. Мелкие фрагменты кутикулы с прямыми стенками клеток.

В заключение необходимо отметить, что весь материал, который подвергался мацерации отличается большой минеральной примесью. Из растительных остатков доминируют главным образом различные формы микроспор. Виды форм микроспор вообще сходны во всех об-

151939

Таблица IV.

СВОДНЫЕ ДАННЫЕ ПО МАЦЕРАЦИИ ТИПОВ САЖИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ  
 БУРСКВАЖИН №№ 1, 2, 3, 4, 5, 7

Скв.жизна, слой, образец	Водоросли	Макро-споры	Микроспоры			Кутикула	Стебельные остатки	Примечание
			широко-крылые	узко-крылые	бес-крылые			
Скв. № 2, слой 7/7 . . .	—	{ с волос-камни слезья рога	много	меньше	меньше	—	—	
Скв. № 3, слой 19/19 . . .	Cladiscot-hallus R	—	мало	мало	преобл.	—	{ сосуд. элемент. единич. лист. и округ. поры	
Скв. № 1, слой 20/20 . . .	—	оболочка гладкая	мало	мало	мало	—	—	
Скв. № 2, слой 21/21 . . .	—	—	много	много	много	—	—	
Скв. № 4, слой 27/27 . . .	Pila R.	оболочка гладкая	меньше	преобл.	меньше	{ удлин. клетки и прямые стенки	{ мелкососуд. элемент. округ. поры	
Скв. № 5, слой 15/17 . . .	—	редко гладкая	немного	немного	немного	—	—	
Скв. № 21, слой 29/29 . . .	Clad. k. R. Cladiscot-hallus	—	сди-много	нич-много	много	{ изредка прямые стенки	{ единич. элем. стебл. с округ. порами	
Скв. № 3, слой 30/30 . . .	—	—	много	—	—	—	—	
Скв. № 5, слой 36/39 . . .	—	многот.гладк.	едва	—	—	—	—	
Скв. № 7, слой 14/14 . . .	—	редкогладк.	много	меньше	меньше	с прямыми стен-ками	—	

99127

Институт ботаники  
 Ленинградского университета  
 Библиотечка

разцах. Таким образом лишь преобладание тех или иных форм в различных образцах может наметить их параллелизацию. Это можно сделать после точного количественного подсчета различных форм микроспор на большом количестве препаратов, сделанных из продуктов мацерации. Настоящее описание и определение растительных остатков дает общую характеристику исходного материала отдельных образцов.

Из остальных растительных остатков в некоторых образцах присутствуют в небольшом количестве мелкостеблевые остатки, которые представлены сосудистыми элементами с округлыми лестничными порами. Оболочки макроспор встречаются редко (исключение скв. № 5). Они представлены гладкими и с волосками формами. Кутикула так же, как и стеблевые остатки, включена в виде мелких фрагментов с прямыми стенками клеток. В некоторых образцах незначительно развиты водоросли, которые относятся к типу *Cladiscophallus* K. и *Pila* R.

Характер перечисленных растительных остатков сходен с такими из угольных пластов Товарково и Бобриков Подмосковского бассейна.

Изложенное дает основание сделать следующие выводы по ископаемым углям и сажистым материалам:

1) Характер растительных остатков является сходным с остатками из угольных пластов угленосной толщи нижнего карбона  $C_1^h$  Бобриковских и Товарковских копей Подмосковского бассейна.

2) Из гумусово-сапропелевых углей первый тип прослеживается в 2-х скважинах, второй тип угля представлен в трех скважинах.

3) Мощность пласта гумусово-сапропелевых углей колеблется 0,27 м. до 0,60 м. По выходу летучих веществ и содержанию сапропелевых элементов угли первого типа более богатые, чем второго, а в отношении зольности имеется обратная зависимость, второй тип более насыщен золой и включает серу.

4) Из сажистых материалов наиболее выдержанным по распространению является первый тип, который связывается с гумусово-сапропелевыми углями.

5) Изменения мощности пластов сажистых материалов колеблется в пределах 0,3—0,5—1,5—1,95—2,00 м для всех трех типов.

6а) Первый тип сажистых материалов по данным химанализов имеет состав летучих веществ от 14,0% до 22% при зольности материалов с серой и влагой до 55%.

в) Второй тип дает содержание летучих веществ от 11% до 22% и зольность с серой и влагой в пределах 50% до 65%.

с) Третий тип дает содержание летучих веществ 13% и зольность с серой и влагой до 70%.

7а) Наличие в первом типе сажистых материалов чешуек серицита, зерен песка по Твенхофелю размером 0,06—0,015 мм и приведенное выше содержание летучих веществ дает основание считать, что первый тип является только углисто-песчаной глиной, отложение которой протекало при скоростях течения воды 0,08 м/сек. (по Твенхофелю).

в) Второй тип дает увеличение чешуек серицита и зерна песка в пределах 0,063—0,125 мм., отлагавшихся при скорости течения воды 0,26 м/сек. (по Твенхофелю). Все это при наличии содержания согласно табл. IV растительных остатков и форменных элементов в сажистом материале дает основание назвать его углисто-глинистым очень тонкозернистым песком, а не сажистым углем.

с) Третий тип дает уменьшение количественное чешуек серицита и возрастание зерен кварца как по количеству, так и размерам (0.125—0,25 мм—скорость движения 0.28 м/сек.).

Наличие растительных остатков и присутствие форменных элементов позволяет считать, что этот тип является только углисто-глинистым тонкозернистым песком, (балласт достигает величины 70%  $A+W+S=B$ ).

8а) По приведенным основаниям к сажистым углям, разведанным буровыми скважинами в Паликовском местонахождении, наименование сажистых углей применено быть не может: I тип есть углисто-песчаная глина. II тип есть углисто-глинистый очень тонкозернистый песок и III тип — углисто-глинистый тонкозернистый песок.

б) Вопрос дальнейшей параллелизации выделенных типов по разновидностям спор является предметом последующих, более детальных исследований \*).

Постановку опытов брикетирования и работ по технологическому испытанию сажистых материалов под давлением и исследования их для пластмасс необходимо также включить в план очередных работ по этим месторождениям.

Представление химанализов образцов скв. №№ 5—7 и 8 и разрезов, колонок, тех же буроскважин позволит провести более детальную геохимическую увязку всех работ по этому месторождению.

Считаю приятным долгом принести благодарность доц. Пичугину А. Г. и доц. Наумовой С. Н. за оказанную мне помощь при выполнении означенной работы.

ад-05  
6379

\* ) В произведенные трестом подсчеты запасов сажистых углей Паликовского месторождения необходимо внести уточнения, выявившиеся в результате выполненных микроскопических исследований сажистых углей (III типа).

## **К методике построения кривых обогатимости руд \*)**

Все основные уравнения, выражающие зависимость между важнейшими показателями обогатимости полезного ископаемого, обычно представляются в виде кривых. За исключением кривых  $\beta$ ,  $\theta$  и  $\epsilon$  (для монометаллических руд), для которых существуют графические способы построения, кривые  $\epsilon$  для би-и-полиметаллических руд и  $\eta_{абв}$  строятся по точкам, для определения положения которых необходимо производить подсчеты \*\*).

\*) Графические методы расчета и анализа получили широкое распространение в различных областях техники — в строительном деле, машиностроении, электротехнике и др.

Пользование разного рода графиками и номограммами значительно сокращает время, упрощает технику расчета и делает более наглядными некоторые выводы при анализе ур-ий, связывающих отдельные показатели обогатимости и представленных в виде кривых.

В отношении обогащения полезных ископаемых графические методы нашли впервые применение в области обогащения угля, являясь развитием метода Анри. В области обогащения руд, если не считать графического изображения ситового анализа, методы графо-аналитического анализа и интерпретации у нас не применяются, хотя в Германии и Соед. Штатах, как видно из цитируемой литературы, этим вопросам уделяется постоянное внимание.

Публикуемые две работы содержат обобщение методов графического построения основных кривых, точки которых до сего времени определялись вычислением, а также новый принцип построения простой номограммы, которая позволяет по данным содержания металла в исходной руде, в концентрате и хвостах быстро определить все основные показатели обогатимости — выход, извлечение, к. п. д. обогащения, степень концентрации и т. д., не прибегая к расчетам.

Кроме того, показана возможность применения в известных пределах для руд метода Рейнгардта, успешно применяемого для определения оптимальных суммарных результатов раздельного обогащения смеси нескольких углей.

Все формулы и графики иллюстрированы практическими примерами в условиях обогащения железных руд.

Предлагаемые графические методы могут быть использованы с успехом и со значительной экономией времени в расчетах количественных схем — при проектировании, в исследовательских работах и в производственных условиях.

\*\*) Модель  $\eta$  предложил графический метод построения  $\epsilon$  (по принятым в Германии условным обозначениям —  $m$ ) и  $\eta$ . Этот метод представляет неудобство в том отношении, что в построение вводится величина — „извлечение породы в концентратах“ или иначе „засорение концентрата породой“ (немецкий термин Bergverbleib — условное обозначение —  $w$ ) в %-ах от всего количества породы в исходной руде.

Построение  $\epsilon$  ведется Маделем на основании отношения площадей двух прямоугольников, линейные измерения которых — величины, входящие в соответствующие уравнения.

$\eta$  строится на основании подобия двух треугольников, а также на основании отношения площадей двух прямоугольников.

Для построения кривых, полученных в виде отрезков значения  $\epsilon$  и  $\eta$  приходится переносить в другую систему координат, что неудобно и усложняет построение.

Кривые  $\rho$  и  $\tau$  вообще не строились. Отсутствует графический способ определения среднего содержания металла (или золы) в смеси нескольких продуктов.

Если обратиться к формулам, связывающим основные элементы расчетов в обогащательных операциях (4, 5, 11, 12, 13, 18, 19, 30, 35, 41, 48, 50, 51), то можно установить, что, независимо от типа и назначения, все они представляют собой обыкновенные пропорции, в которых один неизвестный член определяется по остальным трем известным.

Геометрически пропорция выражает соотношение между сторонами двух подобных треугольников. Таким образом, графический метод определения значений важнейших показателей обогатимости полезного ископаемого сводится к составлению таких отношений между отрезками, представляющими в масштабе величины отдельных показателей обогатимости, и уравнений, чтобы они (эти отношения и уравнения) выражали зависимость между сторонами подобных треугольников, где одна неизвестная сторона определяется по трем известным. Подставляя числовые значения известных показателей, выраженных отрезками, определяем значение неизвестной стороны — искомого показателя.

Ниже, на примере кривых обогатимости железосодержащей кварцитовой руды, нами обобщен и распространен графический метод построения и определения важнейших показателей обогатимости моно- и полиметаллических руд.

В заключение, нами предложен новый метод графического вычисления важнейших показателей обогащения, на основе которого может быть построена номограмма, позволяющая по заданным переменным  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\theta$  определить все остальные величины.

Предлагаемые графические методы построения кривых и вычисления важнейших показателей обогатимости для руд могут быть полностью (или частично) распространены на угли и неметаллические ископаемые.

#### Условные обозначения

- 1)  $\gamma_c$  ( $\gamma_t$ ) — выход концентратов (хвостов) в % от исходного материала
- 2)  $\gamma_{opt}$  — выход концентратов при содержании в них металла =  $\beta_{max}$  (см. 7)
- 3)  $\tau = \frac{100}{\gamma}$  — степень концентрации
- 4)  $\lambda$  — содержание металла в элементарных слоях исходного материала — в %
- 5)  $\alpha$  — среднее содержание металла в исходном материале — в %
- 6)  $\beta$  — содержание металла в концентрате — в %
- 7)  $\beta_{max}$  — теоретическое содержание металла в чистом минерале в % от веса чистого минерала
- 8)  $\theta$  — содержание металла в хвостах — в %
- 9)  $\alpha_m$  — среднее содержание минерала в исходном материале в % от исходного материала

- 10)  $\alpha_T$  — теоретически возможное максимальное содержание металла в руде, т. е. в чистом минерале, когда  $\gamma = \gamma_{opt}$
- 11)  $\rho = \frac{\beta}{\alpha}$  — степень обогащения
- 12)  $\epsilon$  — степень извлечения (извлечение) металла (в концентратах) в % от всего количества металла в исходной руде
- 13)  $\sigma = 100 - \epsilon$  — потери металла (в хвостах) в % от всего количества металла в исходной руде
- 14)  $\eta$  — техническая эффективность (К. П. Д.) обогащения руд
- 15)  $\eta_{abs}$  — абсолютный коэффициент (К. П. Д.) обогащения в % от 100. —  $\gamma_{opt}$

### 1. Определение среднего содержания металла смеси нескольких продуктов

Решение задачи по графическому сложению площадей двух прямоугольников, как известно основано на следующем доказательстве:

$$\blacksquare ABEK + \blacksquare KPGO = \blacksquare ACNO \quad (1)$$

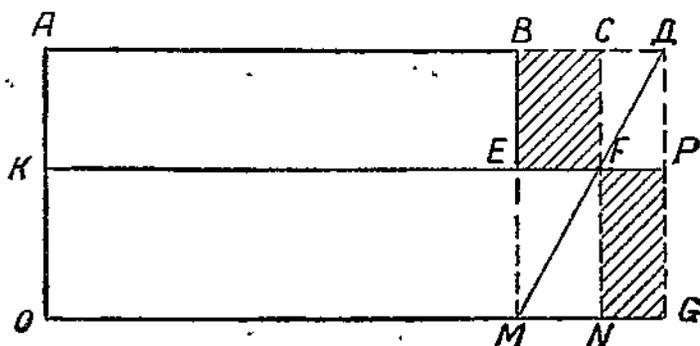
при условии, что

$$BC \times BE = FP \times PG \quad (2)$$

или

$$\frac{BC}{PG} = \frac{FP}{BE} = \frac{BD}{BM} = \frac{CD}{CF} \quad (3)$$

что действительно имеет место, т. к.  $\triangle BDM \sim \triangle CDF$ .



Фиг. 1.

Если требуется сложить площади трех прямоугольников, то сумма площадей первых двух прямоугольников рассматривается, как площадь одного прямоугольника и решение задачи сводится опять к сложению площадей двух прямоугольников. То же

рассуждение применяется при сложении площадей нескольких прямоугольников.

Если выходы отдельных компонентов смеси обозначим  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \dots, \gamma_n$ , а содержание полезного ископаемого или химического элемента в них соответственно  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ , то

$$\alpha = \frac{\sum_1^n \gamma \alpha}{\sum_1^n \gamma} \quad (4), \text{ где}$$

$\alpha$  — среднее содержание полезного ископаемого или химического элемента в смеси продуктов.

Геометрически  $\gamma\alpha$  — площадь прямоугольника, а  $\Sigma_1^n \gamma\alpha$  — сумма площадей, где  $\gamma_1^1$  и  $\alpha_1^1$  — величины сторон прямоугольников, т. е. определение числителя  $\Sigma_1^n \gamma\alpha$  сводится к графическому сложению площадей прямоугольников.

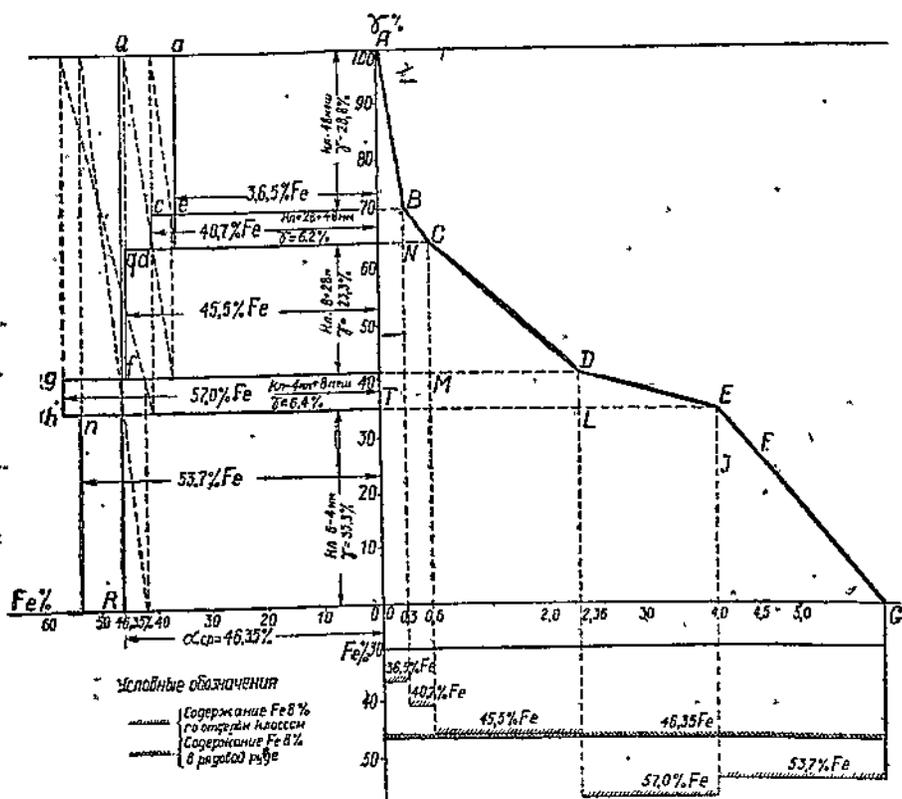
$\Sigma_1^n \gamma$  — величина одной из сторон построенного суммарного прямоугольника. Следовательно, графически величина  $\alpha$  определяется, как величина другой стороны этого прямоугольника.

### Пример

Кривая ABDEG — характеристика смеси нескольких классов железной кварцевой руды (фиг. 2).

Заданы выходы отдельных классов и содержания железа в каждом из них (см. фиг. 2 и табл. II—1).

Определить графически и проверить подсчетом среднее содержание железа в смеси классов.



Фиг. 2. Графическое определение среднего содержания металла в смеси нескольких продуктов.

Площади прямоугольников (фиг. 2) представляют собой  $\gamma\alpha$  для каждого класса отдельно. Графическим сложением площадей (см. фиг. 1) находим суммарную площадь  $\Sigma_1^n \gamma = 100,0\%$ .

Таблица 7

№№ п/п.	Размеры классов в мм и в меш.	Выход классов в %	Содержание металла в %
1	6—4 мм	35,8	53,7
2	—4 мм—8 меш.	6,4	57,0
3	—8 — 28 меш.	23,3	45,5
4	—28—48 меш.	6,2	40,7
5	—48 меш.	20,0	36,5
	СМЕСЬ	$\sum_1^5 \gamma = 100,0$	$\alpha = \frac{\sum_1^5 \gamma \alpha}{\sum_1^5 \gamma} = 46,35\%$

$\sum_1^n \gamma$  — величина одной из сторон (отрезок  $OA$ ) суммарного прямоугольника.

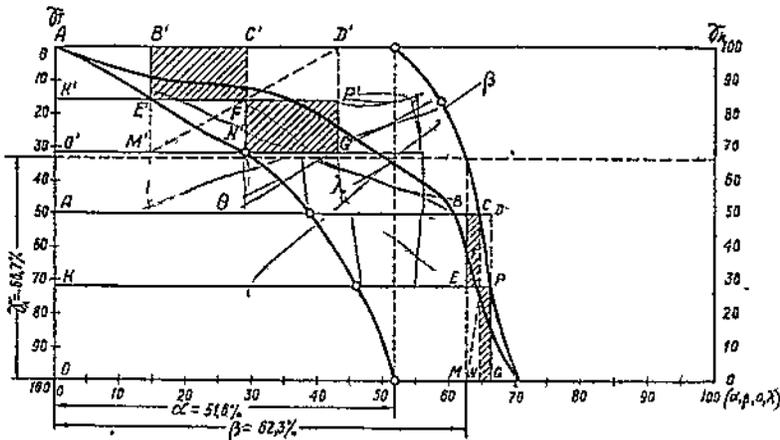
Следовательно, отрезок  $OR = 46,5\%$ ,  $Fe$  — величина  $\alpha$ .

Отрезок  $OR$  в соответствующем масштабе переносим в систему координат, где отложены значения  $\alpha$  в отдельных классах.

Подобное же рассуждение можно применить к определению содержания полезного ископаемого, металла, или золы, когда заданы все выхода компонентов смеси, содержание металла во всей смеси и в отдельных компонентах, кроме одного, и требуется определить содержание металла в нем. В этом случае задача сводится к графическому вычитанию площадей.

## II. Построение кривых обогатимости $\beta$ и $\theta$

Изложенный выше метод графического сложения площадей прямоугольников К. Рейнгардт применил<sup>1,2)</sup> к построению кривых



Фиг. 3. Построение кривых обогатимости  $\lambda$ ,  $\beta$ ,  $\theta$  для руд. Концентрация на столах.

обогащаемости угля ( $\beta$  и  $\theta$ ), представляя весовые количества золы в отдельных элементарных слоях как  $\frac{\gamma \lambda}{100}$ , где  $\gamma$  — выход элементарного слоя, а  $\lambda$  — содержание в нем золы в %.

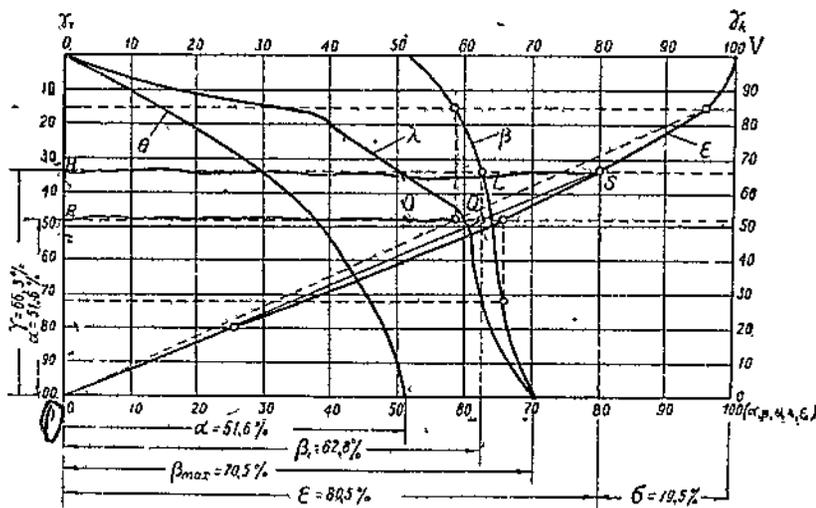
Таким образом, каждая сторона (по абсциссе) суммарного прямоугольника представляет для данного слоя среднее содержание золы  $\beta$  — для смеси всех вышележащих элементарных слоев, если сложение площадей вести сверху вниз, и  $\theta$  — для смеси всех нижележащих слоев, если сложение площадей вести снизу вверх. Наоборот, в случае обогащения руд для каждого элементарного слоя все вышележащие слои — порода, а нижележащие — концентрат (фиг. 3).

### III. Построение кривой извлечения для монометаллических руд

Основная формула, выражающая зависимость между  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и  $\epsilon$  —

$$\frac{\epsilon}{\beta} = \frac{\gamma}{\alpha} \quad (5),$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  определяются по кривым обогащаемости, а  $\epsilon$  — искомая величина.



Фиг. 4. Построение кривой извлечения ( $\epsilon$ ).

Из подобия треугольников  $OHS$  и  $ORQ$  имеем:

$$\frac{HO}{RO} = \frac{HS}{RQ} \quad (6), \quad \text{где} \quad \frac{f}{r} = \frac{\gamma}{\beta}$$

$$RO \equiv \alpha, \quad HL \text{ (или } RQ) \equiv \beta, \quad HO \equiv \gamma$$

Подставляя эти значения в уравнение (6) и сравнивая его с уравнением (5), находим

$$HS \equiv \epsilon$$

Точка  $S$  — одна из точек кривой  $\epsilon$ .

Для частных случаев:

$$\frac{\epsilon}{\rho} = \frac{f}{a}$$

1)  $\beta = 0$   
 $\theta = \alpha$   
 $\gamma = 0$   
 $\epsilon = 0$

2)  $\beta = \alpha$   
 $\theta = 0$   
 $\gamma = 100$   
 $\epsilon = 100$

3)  $\beta = \beta_{max}$   
 $\theta = 0$   
 $\gamma = \gamma_{opt}$   
 $\epsilon = 100$

Крайние точки кривой  $\epsilon$  будут соответственно  $O$  и  $V$ . Остальные точки  $\epsilon$  определяются аналогичным построением и расположатся на кривой  $OSV$ . Предлагаемый нами способ доказательства подобием треугольников проще другого способа<sup>5)</sup>, где  $\frac{QR}{RO} = \frac{\beta}{\alpha}$  рассматривается как  $tg \angle QOR$ .

Следует иметь в виду, что если приняты разные масштабы для абсцисс и для ординат, то перенося отрезок  $\alpha$  с оси абсцисс на ось ординат, следует изменить его величину, умножив ее на отношение:

$$\frac{\text{Масштаб ординат}}{\text{Масштаб абсцисс}} \text{ для сохранения отношения } \frac{\gamma}{\alpha} \text{ без изменения.}$$

#### IV. Построение кривой извлечения для одного из компонентов биметаллической руды

В практике исследования обогатимости полезных ископаемых и проектирования технологического процесса имеют место случаи, когда сложное ископаемое состоит из 2-х или более компонентов, которые либо все являются полезными ископаемыми, либо часть полезными, а одна или более — вредными примесями.

Например, в цинково-свинцовой руде — свинцовый блеск и цинковая обманка являются полезными ископаемыми, в железной руде — гематит, магнетит — полезные ископаемые, а кварц — вредная примесь, содержание которой в концентрате не должно превышать определенного %. В содержащем серу коксовом угле — уголь полезное ископаемое, сера — вредная примесь, но порода (хвосты) в виде колчедана с достаточно высоким содержанием серы и низким содержанием углерода, будучи отбросом в процессе обогащения угля, может быть использована, как сырье для сернокислотной промышленности.

По данным  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  (фиг. 5) и по сумме их  $\lambda_{1+2} = \lambda_1 + \lambda_2$  в элементарных слоях можно построить кривую  $\lambda_1$  для одного из компонентов и  $\lambda_{1+2}$  для двух компонентов ископаемого сложного состава, а затем по  $\lambda_1$  и  $\lambda_{1+2}$  — соответственно  $\beta_1, \theta_1, \epsilon_1$  и  $\beta_{1+2}, \theta_{1+2}, \epsilon_{1+2}$ . Значения  $\alpha_2, \beta_2$  и  $\theta_2$  для любого значения  $\gamma$  определяются графическим вычитанием абсцисс:

$$\beta_2 = \beta_{1+2} - \beta_1 \quad (7); \quad \theta_2 = \theta_{1+2} - \theta_1 \quad (8); \quad \alpha_2 = \alpha_{1+2} - \alpha_1 \quad (9)$$

На основании этих данных имеем следующие соотношения:

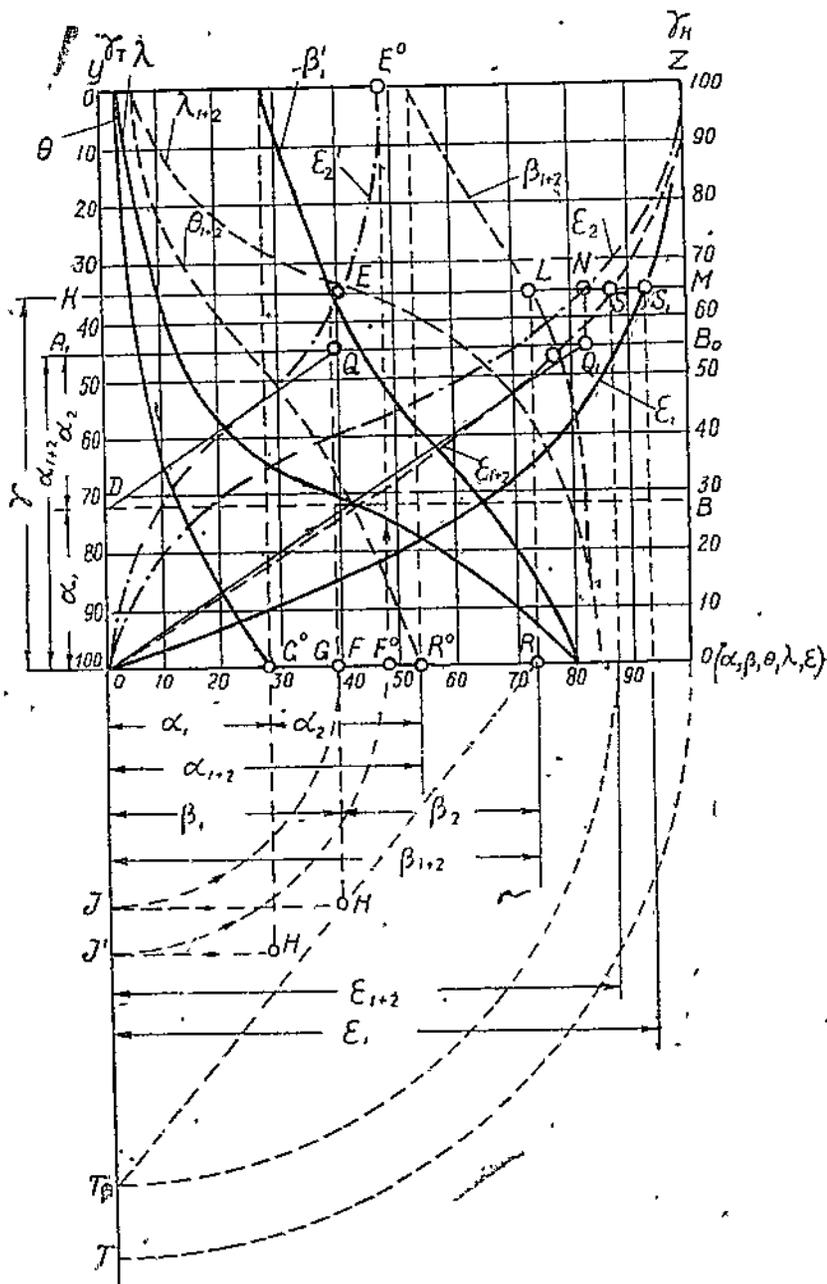
$$\epsilon_1 = \gamma \frac{\beta_1}{\alpha_1} \quad (10);$$

$$\epsilon_2 = \gamma \frac{\beta_2}{\alpha_2} \quad (11)$$

$$\epsilon'_{1+2} = \gamma \frac{\beta_2}{\alpha_{1+2}} \quad (12)$$

$$\epsilon_{1+2} = \gamma \frac{\beta_{1+2}}{\alpha_{1+2}} \quad (13)$$

Из уравнений (13) и (10), видно, что кривая  $\epsilon_{1+2}$  дает суммарное извлечение обоих компонентов, а  $\epsilon_1$  — извлечение одного из компонентов, но в % от разных первоначальных количеств: в первом случае за 100% принимается  $\alpha_{1+2}$ , а во втором —  $\alpha_1$  и поэтому определить  $\epsilon_2$  путем непосредственного графического вычитания —  $\epsilon_{1+2} - \epsilon_1$  — не пред-



Фиг. 5. Построение кривых обогатимости ( $\lambda$ ,  $\beta$ ,  $\theta$ ,  $\epsilon$ ) для биметаллической руды.

ставляется возможным, т. к.  $\varepsilon_2 \neq \varepsilon_{1+2} - \varepsilon_1$  \*) Г. О. Чечотт<sup>4)</sup> приводит общие соображения о построении по точкам путем пересчетов — сначала  $\varepsilon'_2$ , а затем искомого  $\varepsilon_2$ , где за 100% принимается в первом случае  $\alpha_{1+2}$ , а во втором  $\alpha_2$ .

Метода подсчета, или непосредственного графического построения  $\varepsilon'_2$  и  $\varepsilon_2$  он не дает. Ниже приводим предлагаемый нами способ графического определения и построения кривой  $\varepsilon_2$ .

На основании уравнения (13):  $\varepsilon_{1+2} = \gamma \frac{\beta_{1+2}}{\alpha_{1+2}} = \gamma \frac{\beta_1}{\alpha_{1+2}} + \gamma \frac{\beta_2}{\alpha_{1+2}}$  (14)

Из уравнений (10) и (11) находим:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \gamma \frac{\beta_1}{\alpha_1} + \gamma \frac{\beta_2}{\alpha_2} \quad (15)$$

Так как  $\alpha_{1+2} > \alpha_1$  и  $> \alpha_2$ , то из уравнений (14) и (15) получим:  $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 > \varepsilon_{1+2}$  (16) или  $\varepsilon_{1+2} - \varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$  (17)

Построение кривой  $\varepsilon'_2$

Из уравнений (12), (13), а также (11) и (12) находим

$$\frac{\varepsilon_{1+2}}{\varepsilon'_2} = \frac{\beta_{1+2}}{\beta_2} \quad (18) \quad \frac{\varepsilon'_2}{\varepsilon_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_{1+2}} = m \quad (19)$$

Таким образом, нахождение  $\varepsilon_2$  для любого  $\gamma$  сводится к определению — сначала  $\varepsilon'_2$  из уравнения (18), а затем  $\varepsilon_2$  из уравнения (19). Для любого значения  $\gamma$  находим по кривым обогатимости значения  $\beta_2$  (GR),  $\beta_{1+2}$  (OR) и  $\varepsilon_{1+2}$  (OT) (фиг. 5).

Из подобия треугольников *ORT* и *GRH* находим:

$$\frac{OT}{GH} = \frac{OR}{GR} \quad (20), \text{ где } OT = \varepsilon_{1+2}, \quad OR = \beta_{1+2}, \quad GR = \beta_2$$

Подставляя эти значения в уравнение (20) и сравнивая с уравнением (18), имеем:

$$\frac{\varepsilon_{1+2}}{GH} = \frac{\beta_{1+2}}{\beta_2} \quad (21), \text{ т. е. } GH = \varepsilon'_2 \quad (22)$$

Для построения кривой  $\varepsilon'_2$ , не прибегая к вычислениям, применяется следующий способ графического определения значений  $\varepsilon'_2$  для любого  $\gamma$ . Проводим через точку *H* параллельную оси абсцисс до пересечения с осью ординат в *J*; из точки *O* радиусом *OT* находим точку *F*. Затем, из точки *F* проводим параллельную оси ординат до пересечения с *KM* в точке *E*, одной из точек кривой  $\varepsilon'_2$ , соответствующей данному  $\gamma$ .

Если  $\varepsilon_{1+2} = 0$  }  
То  $\varepsilon'_2 = 0$  } (23), т. е. начало кривой  $\varepsilon'_2$  находится в точке *O*.

\*) Доказательство см. ниже.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Если } \varepsilon_{1+2} = 100\% \\ \text{То } \beta_2 = \varepsilon_2 - \text{max} \\ \text{или } \beta_2 = \alpha_2 \\ \text{Также} \\ \beta_{1+2} = \beta_{(1+2) - \text{max}}, \\ \text{или } \beta_{1+2} = \alpha_{1+2} \end{array} \right\} (24)$$

Тогда (см. ур-ния (18) и (19))

$$\varepsilon'_2 = \frac{\alpha_2}{\alpha_{1+2}} \cdot 100 = 100 \text{ m} \quad (25)$$

Подсчетом, или построением, подобным предыдущему, для этого частного случая находим отрезок  $YE^o$ . Все остальные точки  $\varepsilon'_2$  определяются аналогичным построением и расположатся на кривой  $OEE^o$ .

### Построение кривой $\varepsilon_2$

Из точки  $E$  опускаем перпендикуляр до пересечения с  $A_1B_1$  в точке  $Q$ . Соединяем  $A$  с  $Q$  — из точки  $O$  проводим параллельную до пересечения с  $A_1B_1$ , в точке  $Q_1$ .

Из подобия треугольников  $OA_1Q_1$  и  $AA_1Q$  находим:

$$\frac{A_1Q}{A_1Q_2} = \frac{AA_1}{OA_1} \quad (26), \text{ где } A_1Q = KE = \varepsilon'_2, AA_1 = \alpha_2, OA_1 = \alpha_1 + \alpha_2 = \alpha_{1+2}.$$

Подставляя соответствующие значения и сравнивая с уравнением (19),

$$\text{имеем: } \frac{\varepsilon'_2}{A_1Q_1} = \frac{\alpha_2}{\alpha_{1+2}} \quad (27), \text{ т. е. } A_1Q_1 = \varepsilon_2 \quad (28).$$

Из точки  $Q_1$  опускаем перпендикуляр из  $KM$  до пересечения в точке  $N$ , одной из точек кривой  $\varepsilon_2$ , соответствующей заданному значению  $\gamma$ .

Если  $\varepsilon'_2 = 0$  } т. е. начало кривой  $\varepsilon_2$ , совпадает с началом  
То  $\varepsilon_2 = 0$  } осей координат.

• Если  $\varepsilon'_2 = \frac{\alpha}{\alpha_{1+2}} \cdot 100$  (25), то  $\varepsilon_2 = 100$  (29) и совпадает со значе-

ниями  $\varepsilon_{1+2}$  и  $\varepsilon_1$  для  $\gamma = 100\%$ . Все остальные точки  $\varepsilon_2$  определяются аналогичным построением и расположатся на кривой  $ONZ$ .

Таким образом, не прибегая к вычислениям, можно по данным  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  построить кривые и определять значения  $\beta$ ,  $\theta$ ,  $\varepsilon$  для каждого из компонентов бикомпонентного полезного ископаемого. Использование этих кривых в процессе эксплуатации, или при проектировании обогатительной фабрики, можно иллюстрировать следующими примерами:

1) Обогащается цинково-свинцовая руда. Даны:

а) кондиционное содержание свинца и максимум допустимое содержание цинка в свинцовом концентрате;

б) кондиционное содержание цинка и максимум допустимое содержание свинца в цинковом концентрате. Определить  $\gamma$ ,  $\epsilon$  цинкового и свинцового концентратов, хвостов и цинково-свинцового продукта (см. фиг. 5).

2) Обогащается сильно сернистый коксующийся уголь — даны:

а) кондиционное содержание золы и серы в обогащенном угле минимальное допустимое содержание серы и максимальное — углерода в колчедане (для сернокислотной промышленности).

Определить — выход обогащенного угля, кондиционного колчедана, породы, котельного топлива и содержания в них золы и серы.

3) Обогащается кварцевая железная (гематитовая) руда. Даны — кондиционное содержание железа и максимальное допустимое содержание кремнезема в концентрате.

Определить — выходы концентратов, промпродуктов, хвостов, содержание в них железа и кремнезема — в концентрате, извлечение металла в концентрате.

В случае полезного ископаемого сложного состава, напр. полиметаллическая руда, состоящая из трех компонентов и более (что встречается очень редко), способ построения останется тот же. Суммарные  $\lambda_{1+2}$ ,  $\beta_{1+2}$ ,  $\theta_{1+2}$  и  $\epsilon_{1+2}$  рассматриваются, как основные кривые обогатимости для одного ископаемого, а  $\lambda_{1+2+3}$ ,  $\beta_{1+2+3}$ ,  $\theta_{1+2+3}$ , как суммарные кривые  $\lambda_{1+2} + \lambda_3$ ,  $\beta_{1+2} + \beta_3$ ,  $\theta_{1+2} + \theta_3$ . По данным  $\beta_{1+2+3}$  строится  $\epsilon_{1+2+3}$ , затем по указанному выше методу —  $\epsilon'_3$  и  $\epsilon_3$ .

## V. Построение кривой степени обогащения

Степень обогащения  $\rho$  определяется из ур-ния:

$$\rho = \frac{\beta}{\alpha} \quad (30), \text{ где } \beta \text{ и } \alpha \text{ определяются по кривым обогатимости, а}$$

$\rho$  — искомая величина для данного полезного ископаемого.

Из подобия треугольников  $OCD'$  и  $OAB$  (фиг. 6) имеем:

$$\frac{\rho}{1} = \frac{\beta}{\alpha} \quad \frac{CD'}{CO} = \frac{AB}{AO} \quad (31), \text{ где } OC \equiv 1^*, AB \equiv \beta, OA \equiv \alpha$$

Подставляя эти значения в ур-ние (31) и сравнивая с уравнением (30), находим:

$$CD' \equiv \rho \quad (32)$$

Из точки  $D'$  опускаем перпендикуляр на  $KM$  до пересечения в точке  $D''$  — одной из точек кривой  $\rho$ , соответствующей данному значению  $\gamma$ .

\*) При выборе масштаба для отрезка, приравненного к единице, рекомендуется брать его  $< 100 \cdot \frac{\alpha}{\beta_{max}}$ .

Тогда отрезок, изображающий графически максимальные значения  $\rho$ , всегда будет меньше  $YZ$ , что представляет удобство в отношении построения  $\rho$  на общем графике кривых обогатимости.



Для частных случаев:

1)  $\gamma = 100,0\%$ ,  $\tau = 1$  (38) и, следовательно, начало кривой совпадает с началом кривой  $\rho$  в точке  $G''$ .

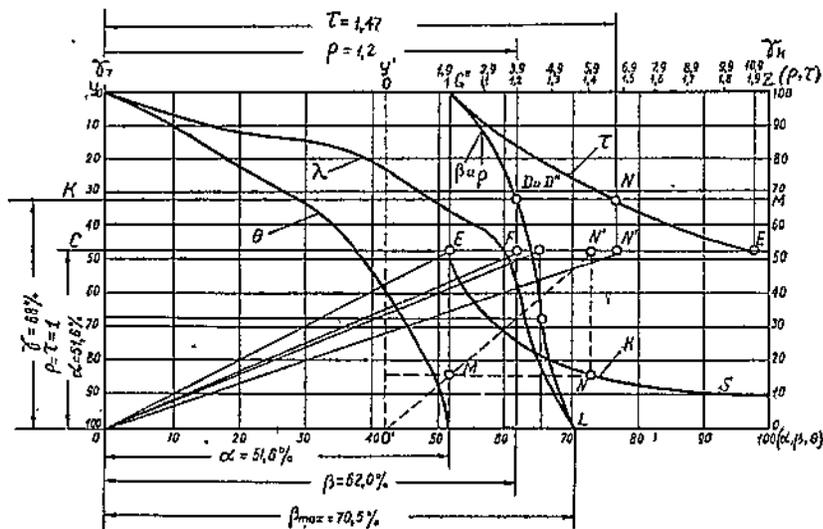
2)  $\gamma$  приближается к 0,  $\tau = \sim$  (39)

Построение кривой  $\rho$  можно упростить, если в уравнении (30) за единицу принять отрезок = отрезку  $OA$ , отвечающему величине  $\alpha$  в соответствующем масштабе.

Тогда графически (но в разных масштабах)

$$\rho = \beta \quad (40)$$

Графически кривая  $\rho$  совпадает с кривой  $\beta$  (фиг. 7).



Фиг. 7.

Если принять за единицу отрезок  $OA$ , соответствующий величине  $\alpha$ , то уравнение (35) характера своего не меняет и графически будет представлено кривой (фиг. 7), аналогичной по типу кривой  $\tau$  (фиг. 6).

Так как кривая при масштабе  $\tau = 1 = \alpha$  не помещается в пределах общего графика кривых обогатимости, то для удобства пользования графиком кривую  $\tau$  разбивают на 2 или более частей. 1-я часть строится в масштабе  $\tau = \rho = 1 = \alpha$ .

2-я часть — в уменьшенном масштабе, напр.  $\tau = 1 = \frac{\alpha}{4}$  и, если потре-

буется по условиям построения, 3-я часть  $\tau = 1 = \frac{\alpha}{n}$ , где  $n$  — любое число. Число частей зависит от величины масштаба 1-й части ( $\alpha = 1$ ). При небольших значениях, как это имеет место для руд редких металлов, число частей кривой не должно быть больше двух. В данном случае кривая  $\tau$  состоит из двух частей, т. к. масштаб второго отрезка кривой ( $ES$ ) взят  $= \frac{\alpha}{10}$  (фиг. 7)\*.

\* Начало координат 2-й части кривой (отрезок  $ES$ ) переносится в точку  $O'$ . Построение производится по тому же методу, что и для первой части кривой  $\tau$ .

## VII. Построение кривой абсолютного коэффициента обогащения (к. п. д.)

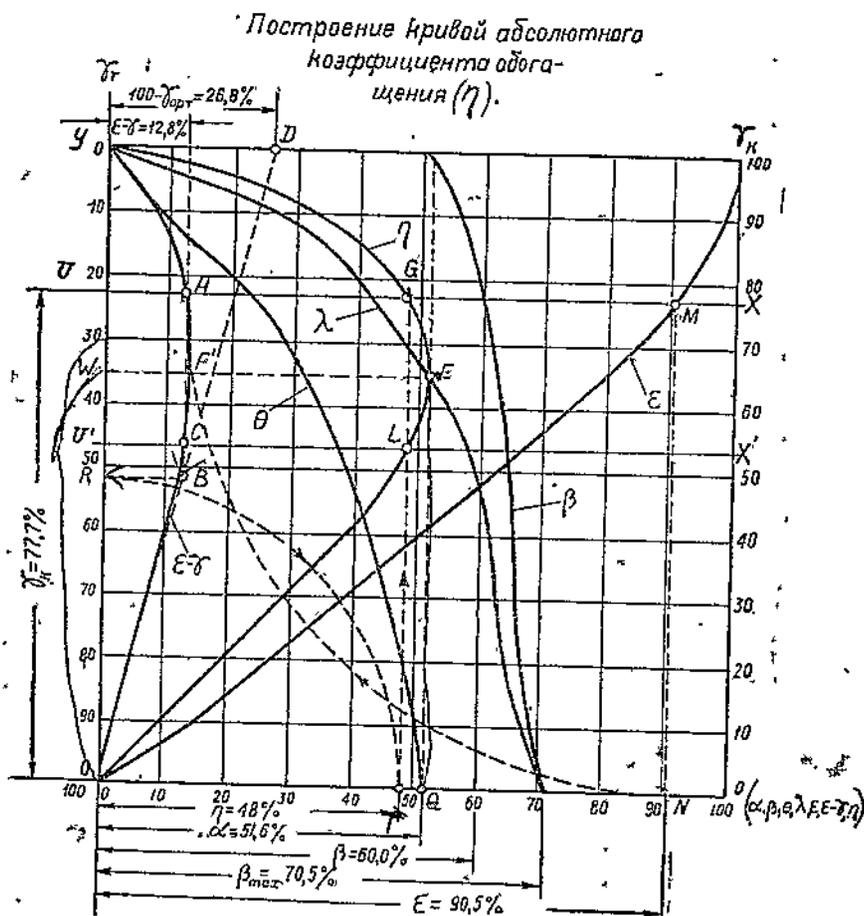
Из всех рекомендованных разными авторами формул для определения технической эффективности процесса обогащения руд наиболее близко характеризующим ее (техническую эффективность) следует считать формулу, предложенную Луйкен и Бирбрауэр<sup>5,6)</sup>

$$\eta_{abs} = \frac{\epsilon - \gamma}{100 - \alpha_m} \cdot 100 = \frac{\epsilon - \gamma}{100 - \gamma_{opt}} \cdot 100 \quad \text{или} \quad \boxed{\frac{\eta_{abs}}{\epsilon - \gamma} = \frac{100}{100 - \gamma_{opt}} \quad (41)}$$

где 100% в знаменателе представляет максимум  $\epsilon$ .

Построение  $\epsilon - \gamma$ .

По заданной величине  $\gamma$  ( $OU$ ) определяем  $\epsilon$  ( $UM$  или  $ON$ ), а затем радиусом  $MN$  определяем точку  $A$  отрезка  $UA \equiv \epsilon - \gamma$  (42).



фиг. 8

Для частных случаев:

$$\left. \begin{array}{l} 1) \gamma = 0, \varepsilon = 0 \text{ и} \\ 2) \gamma = 100,0\%, \varepsilon = 100,0\% \end{array} \right\} (43)$$

Точки кривой  $\varepsilon - \gamma$  — соответственно  $O$  и  $Y$ . Луйкен установил, что  $\varepsilon - \gamma$  достигает своего максимума  $WF$  при значении  $\gamma \equiv QE = OW$ , соответствующем содержанию  $\lambda$  в элементарном слое  $\equiv$  среднему содержанию в исходной руде ( $\lambda \equiv \alpha \equiv OQ$ ).

Характер кривой показывает, что каждое значение  $\varepsilon - \gamma$  может быть получено дважды.

Графически эти равные значения  $\varepsilon - \gamma$  будут представлены по обе стороны  $\varepsilon - \gamma$  максимум ( $WF$ ) равными отрезками абсцисс  $UA$  и  $UC$ .

Точки  $A$  и  $C$  — точки кривой  $\varepsilon - \gamma$ . Все остальные точки  $\varepsilon - \gamma$  определяются подобным же образом и расположатся на кривой  $OCFAU$ .

Построение кривой  $\eta_{abs}$ .

Луйкен<sup>7,9)</sup> приводит свою формулу (40) и соответствующую кривую, построенную по точкам для отдельных вычисленных значений  $\eta_{abs}$ .

Ниже приводим предлагаемый нами способ графического определения и построения кривой  $\eta_{abs}$ , не прибегая к вычислениям.

$$\gamma_{opt} = \alpha_m = \frac{\alpha}{\alpha_T} \cdot 100 \quad (44),$$

следовательно  $100 - \gamma_{opt}$  — постоянная величина для данной руды.  $YD$  представляет в масштабе  $100 - \gamma_{opt}$ . Соединяем точку  $D$  с точкой  $O$ , проводим через точки  $C$  и  $A$  параллельную оси ординат до пересечения с прямой  $OD$  в точке  $B$ . Из точки  $B$  проводим параллельную оси абсцисс до пересечения с осью ординат в точке  $R$ . Из подобия треугольников  $OYD$  и  $ORB$  имеем:

$$\frac{OY}{YD} = \frac{OR}{RB} \quad (45), \text{ где}$$

$$OY = 100, YD = 100 - \gamma_{opt}, RB = U'C \text{ и } UA = \varepsilon - \gamma.$$

Подставляя эти значения в уравнение (45) и сравнивая с уравнением (41), находим  $\eta_{abs} = OR$  (46). Радиусом  $OR$  откладываем  $OT$ , проводим  $TLG$  через точку  $T$ , параллельную оси ординат до пересечения с  $U'X'$  и  $UX$  в точках  $L$  и  $G$ , которые будут точками кривой  $\eta_{abs}$ , соответствующими точками  $C$  и  $A$  кривой  $\varepsilon - \gamma$ .

Для частных случаев:

$$\left. \begin{array}{l} 1) \gamma = 0, \varepsilon = 0 \\ 2) \gamma = 100,0\%, \varepsilon = 100,0\% \end{array} \right\} (47)$$

$$\eta_{abs} = 0$$

Точки кривой  $\eta_{abs}$  совпадут соответственно с точками  $O$  и  $Y$  кривой  $\varepsilon - \gamma$ .

Из уравнения (41) следует, что  $\eta_{abs}$  максимум получится также при значении  $\gamma = OW$ . Построением находим точку  $H$  отрезка  $WH$ , соответствующего максимум значения  $\eta_{abs}$ .

Остальные точки  $\eta_{abs}$  определяются аналогичным построением и располагаются на кривой  $OLHGY$ .

Для случая полиметаллической руды формула для определения суммарного абсолютного коэффициента обогащения примет следующий вид:

$$\eta_{abs}(1+2+\dots+n) = \frac{\varepsilon(1+2+\dots+n) - \gamma}{100 - \sum_1^n \gamma_{opt}} \quad (48) \quad , \text{ где}$$

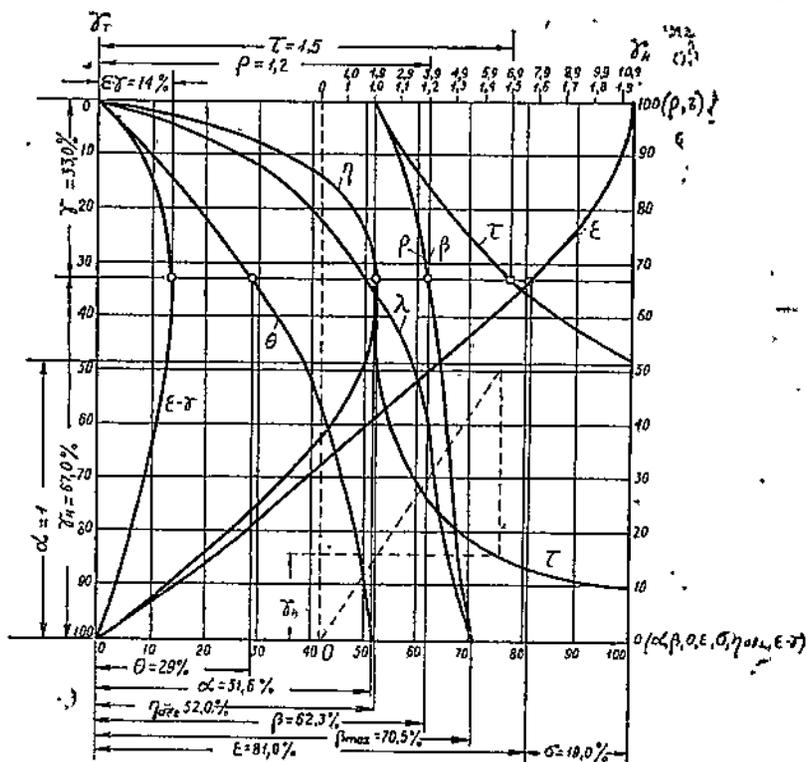
$\gamma$  — суммарный выход концентратов,  $\varepsilon(1+2+\dots+n)$  — суммарное извлечение всех металлов при выходе концентратов  $\gamma$ ,

$\sum_1^n \gamma_{opt} = \sum_1^n \alpha_n$  — оптимальный выход концентратов.

$100 - \sum_1^n \gamma_{opt}$  — максимальное (и оптимальное) извлечение металлов при выходе концентратов  $\sum_1^n \gamma_{opt}$ . Все значения даны в % от исходного материала, содержащего руды металлов—1,2 . . . . . n.

Из формулы (48) следует, что построение кривой  $\eta_{abs}$  для полиметаллической руды (см. фиг. 5) производится таким же способом, как и для монометаллической.

Все построенные отдельные кривые, выражающие зависимость между разными показателями обогащения (фиг. 4, 7, 8), могут быть представлены одним графиком (фиг. 9), где по одной из заданных величин можно определить все остальные.



Фиг. 9. Построение кривых основных показателей обогатимости руд ( $\gamma$ ,  $\lambda$ ,  $\beta$ ,  $\theta$ ,  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon - \gamma$ ,  $\rho$ ,  $\tau$ ,  $\eta_{abs}$ ,  $\sigma$ )

Пример. По данным фракционного анализа (см. табл. 2), (опытное обогащение на столах железорудного шламма) построить, не прибегая к вычислениям:

Таблица 2

№ фракции	Выход в %	Сод. метал. в %	Примечание
	$\gamma$	$\lambda$	
1	16,0	14,5	Полученное значение $\alpha$ проверить по построенным кривым обогатимости.
2	16,0	43,0	
3	18,0	56,0	
4	22,0	64,5	
5	28,0	66,5	
$\Sigma_1^5$ 100,0		$\alpha = 51,6$	

кривые обогатимости —  $\lambda$ ,  $\beta$ ,  $\theta$ ,  $\varepsilon$ ,  $\tau$ ,  $\rho$ ,  $\varepsilon - \gamma$ ,  $\eta_{abs}$ . По заданному содержанию  $\beta = 62,3\%$  определить все остальные показатели обогатимости.

Откладывая  $\beta = 62,3\%$  (фиг. 9), получим следующие значения для остальных показателей обогатимости:  $\gamma_k = 67,0\%$ ,  $\theta = 29,0\%$ ,  $\varepsilon = 81,0\%$ ,  $\tau = 1,5\%$ ,  $\rho = 1,2\%$ ,  $\varepsilon - \gamma = 14,0\%$ ,  $\eta_{abs} = 52,0\%$ , что соответствует значениям этих величин при проверке вычислением.

Рассмотренные выше кривые обогатимости могут быть применены не только к рудам, но и к разным видам неметаллических ископаемых. Для тех ископаемых, где показательной для анализа процесса обогащения является кривая удельных весов (зависимость между  $\delta$  и  $\gamma$ ), последняя может быть нанесена на основании первичных опытных данных на общий график.

### VIII. Построение суммарной диаграммы для графического определения основных показателей обогатимости

$$\varepsilon = \frac{\beta\gamma}{\alpha} (5); \quad 100 - \varepsilon = \sigma = \frac{100 - \gamma}{\alpha} \cdot \theta (49)$$

Зависимость между  $\gamma$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ;  $\theta$  и  $\varepsilon$ , помимо ур-ий (5) и (49) может быть выражена, как известно, следующими уравнениями:

$$\gamma = 100 \cdot \frac{\alpha - \theta}{\beta - \theta} (50) \quad \tau = \frac{100}{\gamma} = \frac{\beta - \theta}{\alpha - \theta} (51)$$

$$\varepsilon = \frac{\beta}{\alpha} \gamma = 100 \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{\alpha - \theta}{\beta - \theta} (52)$$

Для частных значений  $\theta$  и  $\beta$ :

$$\theta = 0 (53)$$

$$I \left\{ \begin{array}{l} \beta = \alpha \\ \gamma = 100,0\% \\ \rho = \tau = 1 \\ \varepsilon = 100,0\% \\ \eta_{abs} = 0 \end{array} \right.$$

$$II \left\{ \begin{array}{l} \beta = \beta_{max} \\ \gamma = \gamma_{opt} = 100 \cdot \frac{\alpha}{\beta_{max}} \\ \rho = \tau = \tau_{opt} = \frac{\beta_{max}}{\alpha} \\ \varepsilon = 100,0\% \\ \eta_{abs} = 100,0\% \end{array} \right.$$

$$\theta = \alpha \quad (54)$$

$$\text{III} \begin{cases} \beta = 0 & \rho = 0 \\ \gamma = 0 & \varepsilon = 0 \\ \tau = \sim & \eta_{abs} = 0 \end{cases}$$

Для различных заданных по результатам испытания значений  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\theta$  ниже нами предложен графический способ определения значений  $\gamma$ ,  $\rho$ ,  $\tau$ ,  $\varepsilon$  и  $\eta_{abs}$ , пользуясь геометрическим решением задачи нахождения неизвестного члена пропорции по остальным трем известным (фиг. 10).

Графическое определение  $\gamma$ .

Из подобия треугольников  $ABE$  и  $ADF$  имеем:

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BE}{DF} \quad (55), \text{ где } AB = \alpha - \theta, AD = \beta - \theta, DF = 100,0\%$$

Подставляя эти значения в уравнение (55) и сравнивая с уравнением (50), получим  $BE = \gamma$  (56)

Графическое определение  $\varepsilon$ .

Из подобия треугольников  $OBE$  и  $ODG$  имеем:

$$\frac{OD}{OB} = \frac{DG}{BE} \quad (57), \text{ где } OD = \beta, OB = \alpha, BE = \gamma$$

Подставляя эти значения в уравнение (57) и сравнивая с уравнением (52), находим:

$$DG = \varepsilon \quad (53)$$

Графическое определение  $\rho$

Из подобия треугольников  $O'BP$  и  $O'DL$  имеем:

$$\frac{O'L}{O'P} = \frac{O'D}{O'A} \quad (58), \text{ где}$$

$$O'P = 1, O'D = \beta, O'B = \alpha.$$

Подставляя эти значения в уравнение (58) и сравнивая с уравнением (30) получим  $O'L = \rho$  (59). Если за единицу принять отрезок  $O'P'$  (фиг. 10а) = отрезку  $O'B = (\alpha)$  (но в другом масштабе), то согласно формулы (40), величина  $\rho$  графически выражается отрезком  $O'L =$  отрезку  $O'D (\beta)$ , но в масштабе отрезка  $O'P'$ . Следовательно, принимая за единицу отрезок, соответствующий величине  $\alpha$ , для определения  $\rho$  достаточно отложить по оси ординат (вниз от  $O'$ ) отрезок =  $O'D (\beta)$ .

Графическое определение  $\tau$ .

Из подобия треугольников  $ABQ$  и  $ADN$  имеем:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DN}{LQ} \quad (60), \text{ где}$$

$$AD = \beta - \theta, AB = \alpha - \theta, LQ = 1$$

Подставляя эти значения в уравнение (60) и сравнивая с уравнением (51), получим  $DN = \tau$  (61)

Графическое определение  $\eta_{abs}$

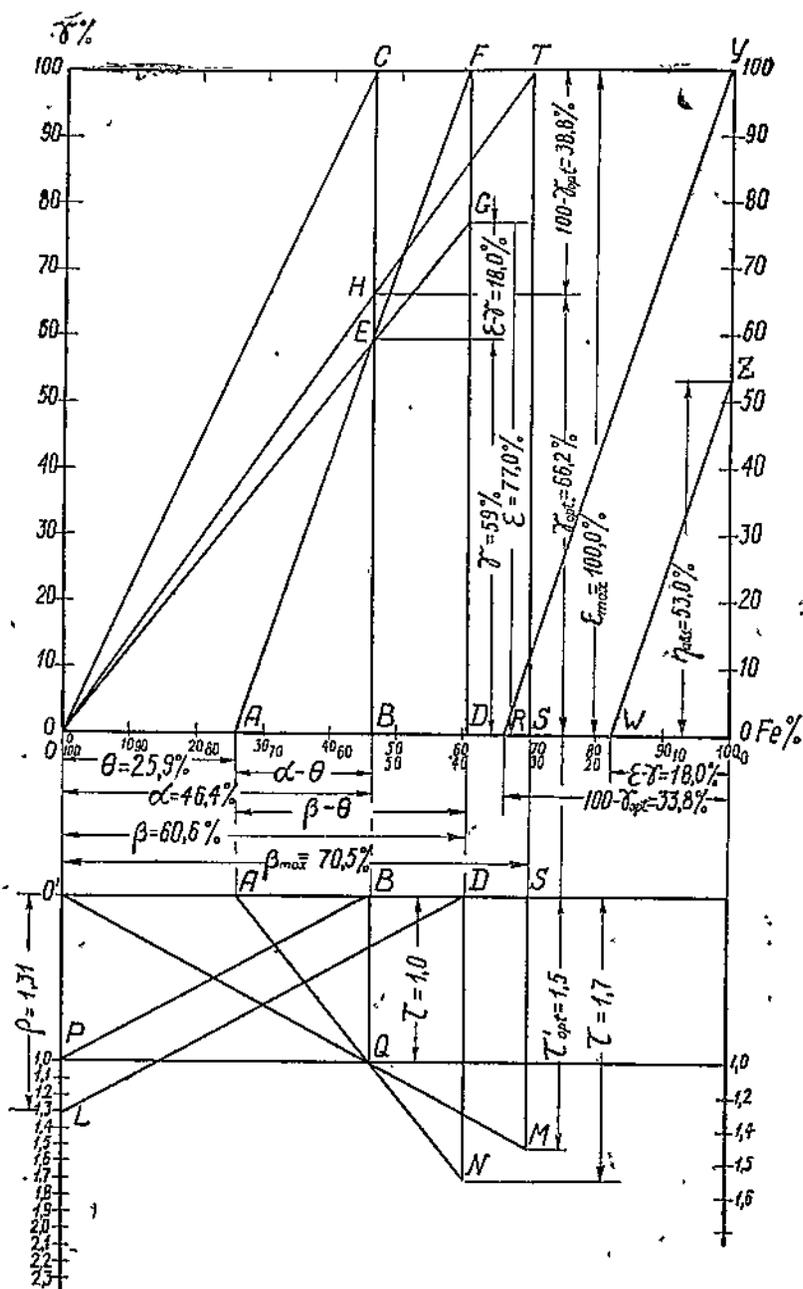
Из подобия треугольников  $RZX$  и  $WZX$  имеем:

$$\frac{ZX}{YX} = \frac{RX}{WX} \quad (62), \text{ где}$$

$$YX = 100, RX = 100 - \gamma_{opt}, WX = \varepsilon - \gamma$$

Подставляя эти значения в уравнение (62) и сравнивая с уравнением (41), получим:

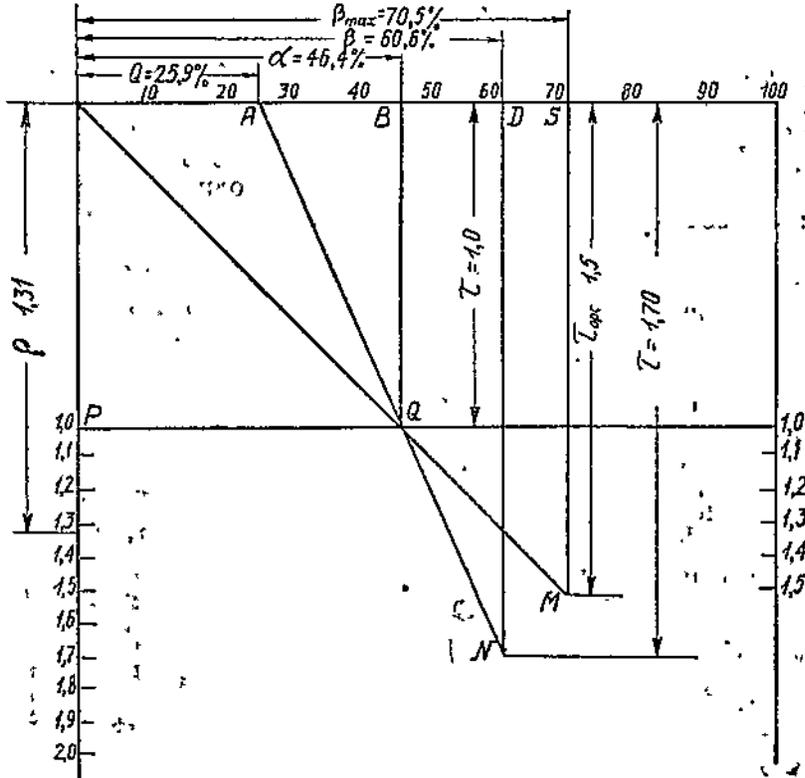
$$\underline{ZX} = \eta_{обл} \quad (63)$$



Фиг. 10. Суммарная диаграмма для графического определения основных показателей обогатимости ( $\gamma$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\theta$ ,  $\epsilon$ ,  $\epsilon-\gamma$ ,  $\eta$ ,  $\rho$ ,  $\tau$ )

Если  $\theta = 0$  (64)

$$\text{I} \begin{cases} \beta = \alpha \equiv OB \\ \gamma \equiv BC = 100,0\% \\ \rho \equiv Q'P = BQ = \tau = 1,0 \\ \varepsilon \equiv BC = \gamma = 100,0\% \\ \eta_{abs} = 0 \end{cases}
 \quad
 \text{II} \begin{cases} \beta = \beta_{max} \equiv OD \\ \gamma \equiv BH = \gamma_{opt} \\ \rho = \beta_{max} \equiv O'J = \tau_{opt} \equiv MS \\ \varepsilon \equiv ST = 100,0\% \\ \eta_{abs} \equiv XY = 100,0\% \end{cases}$$



Фиг. 10а.

Пример.

Определить графически и проверить подсчетом  $\gamma$ ,  $\varepsilon$ ,  $\rho$ ,  $\tau$  и  $\eta_{abs}$  для процесса мокрого обогащения железосодержащей кварцевой руды (гематит) со следующими запроектированными на основании опытных данных показателями:

$$\alpha = 46,4\% \text{ Fe}; \beta = 60,6\% \text{ Fe}; \theta = 25,9\% \text{ Fe}.$$

Построением по указанному выше методу находим:

$$\gamma = BE = 59,0\%, \quad \varepsilon = DG = 77,0\%; \quad \rho = O'L = 1,3\%; \quad \tau = DN = 1,7; \\
 \eta_{abs} = XZ = 53,0\%.$$

что соответствует значениям этих величин при проверке вычислением.

## Резюме

1. В дополнение к существующим кривым обогатимости — концентратов ( $\beta$ ), хвостов ( $\theta$ ), извлечения ( $\epsilon$ ) и абсолютного коэффициента обогащения ( $\eta_{abs}$ ) нами введены кривые степени концентрации ( $\tau$ ) и степени обогащения ( $\rho$ ).

2. Кроме существующих способов определения графически  $\beta$ ,  $\theta$  и  $\epsilon$  для монометаллических руд нами предложен и обоснован способ построения и графического определения значений  $\epsilon$  для би-и-полиметаллических руд и  $\eta_{abs}$ , а также графический способ определения среднего содержания  $\alpha$  в смеси нескольких продуктов.

3. Сделано обобщение в отношении графических методов построения всех перечисленных выше кривых обогатимости с нанесением их на единый график, что позволяет, по одному из показателей обогатимости определить все остальные, не прибегая к пересчетам.

4. Кроме общего графика (фиг. 9) кривых обогатимости предложен новый способ графического вычисления на одной общей диаграмме значений всех остальных показателей обогатимости по заданным  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\theta$ .

5. Эта диаграмма и способ ее построения может быть положена в основу построения номограммы для определения  $\gamma$ ,  $\epsilon$ ,  $\rho$ ,  $\tau$  и  $\eta_{abs}$  по разным значениям  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\theta$ .

## Цитированная литература.

1. K. Reinhardt. — Charakteristik der Feinkohlen und ihrer Aufbereitung mit Rücksicht auf das grösste Ausbringen. Glückauf 1911. s. 221.

2. K. Reinhardt. — Untersuchung der Feinkohle und Regeln für ihre wirtschaftliche Aufbereitung. — „Glückauf“. 1926. s. 485.

3. Г. О. Чечотт. — Обогащение полезных ископаемых, вып. VI и VII Г. Н. Х. Т. И. — Ленинград, 1928, стр. 169—170.

4. Г. О. Чечотт. — *Op. cit.*, стр. 184—185.

5. W. Luyken. — Die Auffindung der technischen und wirtschaftlichen Höchstleistung eines Aufbereitungs Prozesses und die Berichtigung beider zu einander. — Mitt. aus dem K. W. Inst. f. Eisenforschung, Düsseldorf 1927.

6. W. Luyken and Bierbrauer E. — Ore dressing calculations. Transactions A. I. M. E. — Milling Methods. New York. 1930. p. 429.

7. H. Madel. — Einheitliche Bezeichnungen und Formeln für die rechnerische Erfassung der Erzaufbereitung. — Met. und Erz, H. 20, s. 81, 1928.

## **Применение суммарной диаграммы Рейнгардта для определения оптимальных выходов отдельных компонентов смеси рудных концентратов и содержания в них металла**

### **О ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИХ МЕТОДАХ ИССЛЕДОВАНИЯ ОБОГАТИМОСТИ**

Нахождение пределов обогащения, наиболее целесообразных технически и выгодных экономически, стало возможным с момента применения графоаналитических методов исследования обогатимости, в основу которых положен закон зависимости между содержанием золы (минерала или металла) и удельным весом.

Французский инженер Шарве (Charvet) первый установил эту зависимость между удельным весом углей и содержанием в них золы и дал графическое и аналитическое исследование закона этой зависимости<sup>1)</sup>, представив ее кривыми в пространстве.

Бельгийский инженер Анри (Henry), на основе труда Шарве предложил свой метод<sup>2)</sup>, который по существу ничем не отличается от метода Шарве, но значительно проще и удобнее для практических целей, т. к. кривые в пространстве Анри заменил кривыми в плоскости. Кривые Анри, как метод графоаналитического исследования обогатимости углей, получили повсеместное признание и послужили основой для углублений этого метода Блан'ом (Blanc)<sup>3)</sup> и для разработки новых более тонких методов анализа обогатимости углей и нахождения ее пределов.

Наиболее ценным вкладом в литературу по графоаналитическим методам исследования обогатимости углей следует считать труды немецкого инженера Рейнгардта (Reinhardt) и американского инженера Берд (Bird). Пользуясь доказательством и суммарной диаграммой Рейнгардта<sup>4,5)</sup>, можно найти оптимальные выходы концентрата обогатенной смеси нескольких углей и содержание в них (отдельно для каждого угля) золы для заданной средней зольности концентрата смеси. Им также предложен графический метод построения кривых обогатимости.

Берд<sup>6,7)</sup> предложил метод определения степени „трудности обогащения“ углей с помощью кривых, построенных на основании кривых, уд. веса и выходов для данного угля. Кривые Берда позволяют

отнести данный уголь к той или иной группе углей по „трудности“ обогащения“ и заранее установить возможную для него эффективность процесса<sup>1)</sup>.

Перечисленные выше графоаналитические методы исследования обогатимости были разработаны исключительно для угля.

Успешное распространение этих методов в области исследования и проектирования процесса обогащения объясняется широкой возможностью применения способа разделения углей в жидкостях большого уд. веса, в целях исследования обогатимости и последующего построения по данным этого исследования кривых обогатимости.

В области испытания обогатимости руд до настоящего времени метод исследования в жидкостях большого уд. веса широкого практического распространения не получил, и поэтому в тех случаях, где применение этого метода не представляется возможным, для построения кривых обогатимости А нри необходимо использовать результаты опытного обогащения руды на лабораторных или полупромышленных аппаратах. По данным выходов, полученных после обогащения фракций (желательно иметь 5—7 фракций), и содержания металла в отдельных фракциях строятся кривые обогатимости, в которых в отличие от кривых обогатимости для угля, кривая хвостов (породы) для угля становится кривой концентратов для руд, а кривая концентратов для угля — кривой хвостов для руд. В дополнение к кривым элементарных слоев исходного материала, концентратов и хвостов для графического анализа процесса обогатимости руд вводится кривая извлечения.

Кривые А нри применялись и применяются разными авторами к анализу обогатимости руд.

Г. О. Чечотт<sup>8)</sup> распространил метод А нри на би-и полиметаллические руды. Луйкен и Бирбрауэр (Luyken und Bierbrauer<sup>9,10)</sup> Хенкок (Hancock), Мадель (Madel) и др., на основе кривых А нри, применили графический метод изображения своих формул для определения максимума технической и экономической эффективности процесса обогащения.

Ниже приводится предлагаемый нами способ применения суммарной диаграммы Рейнгардта для определения оптимальных выходов отдельных компонентов смеси рудных концентратов и содержания в них металла.

## ПРАВИЛО И СУММАРНАЯ ДИАГРАММА РЕЙНГАРДТА ДЛЯ УГЛЕЙ<sup>2)</sup>

К. Рейнгардт доказал<sup>4,6)</sup>, что если при раздельном обогащении нескольких углей требуется получить суммарный концентрат с заданным средним содержанием золы, то максимальный суммарный выход концентратов с общей заданной зольностью будет получен при одинаковой средней зольности элементарных слоев разделения (концентратов от промпродукта, или от хвостов) отдельных углей.

<sup>1)</sup> Имеются возражения против безоговорочного принятия всех положений и выводов Берда<sup>11)</sup>

<sup>2)</sup> Подробно — см. И. М. Верзовский — Применение метода Рейнгардта — определение оптимальных выходов продуктов обогащения при заданной их суммарной зольности к решению практических задач проектирования и контроля технологического процесса углеобогажительных фабрик. Уголь — № 139, апрель, 1937 г.

Продемонстрируем на разработанном нами примере применение суммарной диаграммы Рейнгардта для анализа процесса обогащения на углеобогащительной фабрике, а затем покажем применение ее для процесса обогащения руд.

Углеобогащительная фабрика проектируется для обогащения 3 разных пластов — А, В и С. Из них пласт С не требует обогащения. Среднее содержание золы в концентрате теоретически должно быть по возможным трем вариантам 5,0%, 5,5% и 6,0%.

Испытания обогатимости производились по нормальной схеме для коксующихся углей: разделение на классы:  $> 75$  мм, 75—10 мм, 10—1 мм, 1—0,5 мм и 0,5—0 мм. Для пласта В пыль 1—0 мм — на классы 1—0,5 мм и 0,5—0 мм не разделялась. Класс  $> 75$  мм обогащался вручную; классы 75—10 и 10—1 мм исследовались на обогатимость в жидкостях большого уд. веса. Результаты испытаний представлены суммарной диаграммой Рейнгардта (фиг. 1).

Сумма выходов всех продуктов и классов, участвующих в операциях обогащения, принята за 100%.

Кривые  $\lambda$  — ABC, DEF, GHJ, KLM и  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  и  $\beta_4$  характеризуют обогатимость классов 75—10 мм и меньше 10 мм пластов А и В.

Суммарные кривые —  $\lambda$  (NmPM) и  $\beta$  (N7QR) характеризуют обогатимость обоих пластов и классов.

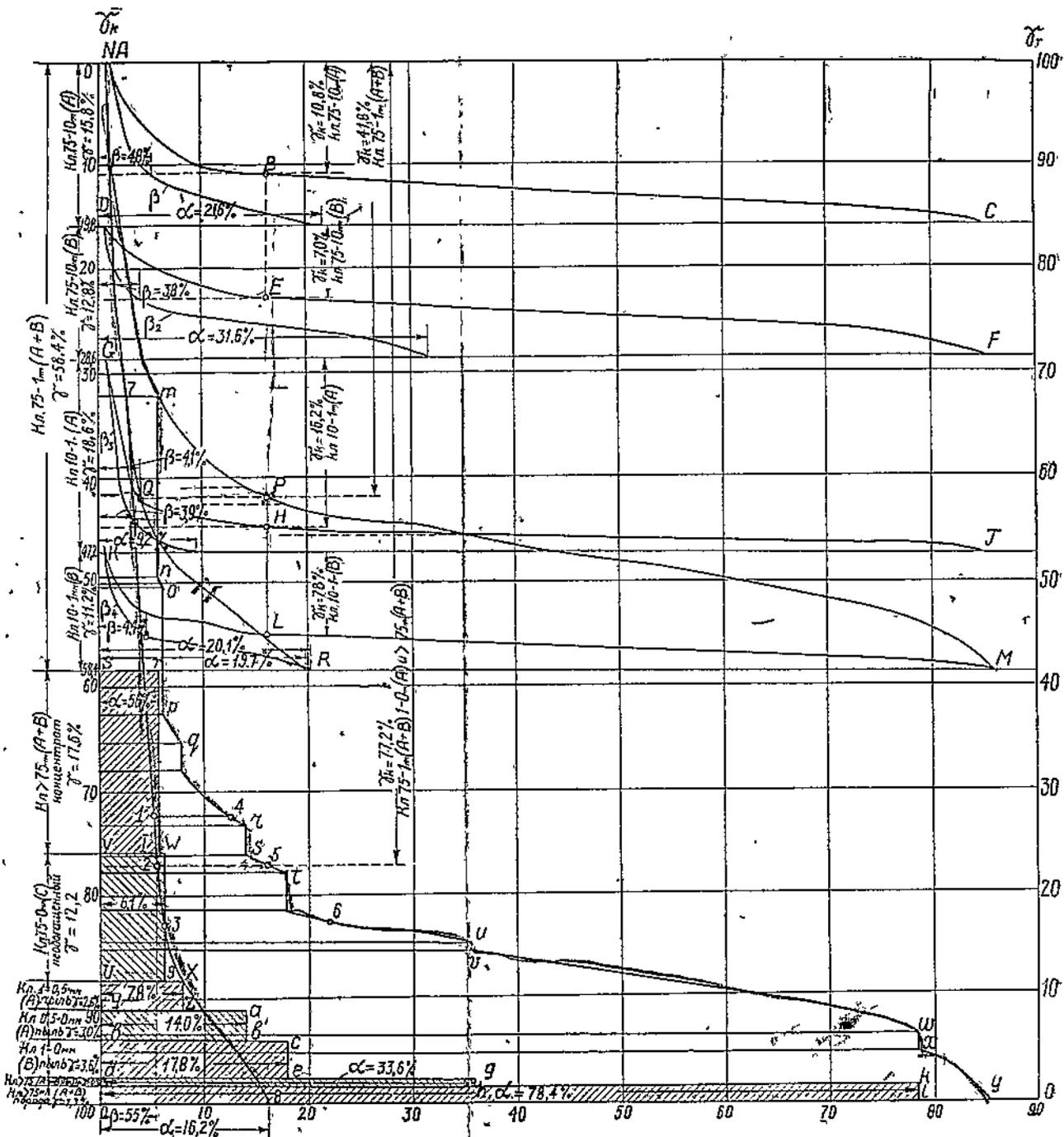
Прямоугольники STVI, VWU 9, UXYZ, Yabb', bcde, dgfh, ikol определяют выходы и содержание золы соответственно в отобранном вручную угле  $> 75$  мм пластов А и В, в необогащенном рядовом угле пласта С, в пыли пластов А и В, в промпродукте и в породе кл.  $> 75$  мм — обоих пластов после отборки. Строим суммарную кривую  $\lambda$  (Nmporqr stuvwxy) и затем суммарную кривую  $\beta$  (N71238). Обе кривые характеризуют процесс обогащения на фабрике в целом.

Задавшись зольностью концентрата по трем вариантам 5,0%, 5,5%, 6,0%, получаем значения содержания золы в концентратах (соответственно в точках 1, 2, 3) и в элементарных слоях разделения суммарной кривой  $\lambda$ , соответственно в точках 4, 5, 6.

На основании результатов графического анализа устанавливаем следующий теоретический режим обогащения по каждому из вариантов:

Вариант	Содержание золы в концентрате в %	Суммарный выход концентратов в %	Продукты, входящие в состав концентратов *)
I	5,0%	72,4%	конц. 75—1 ( $\bar{A} + B$ ), конц. $> 75$ ( $A + B$ ), рядов. 75—0 (С), пыль 1—0,5 (А)
II	5,5%	77,2%	те же продукты (см. I вар.) и пыль 0,5—0 (А)
III	6,0%	82,6%	те же продукты (см. II вар.) и пыль 1—0 (В)

\*) Количества каждого из продуктов, (компонентов) смеси см. суммарную диаграмму.



Фиг. 1. Суммарная диаграмма Рейнгаарта для определения наилучших общих результатов раздельного обогащения двух пластов А и В при заданном  $\beta = 5,5\%$ .

Принимая, например, II вариант и пользуясь правилом Рейнгардта, по точке  $\beta$  суммарной диаграммы определяем точки  $L$ ,  $H$ ,  $E$  и  $B$  на кривых  $\lambda$  обогащаемых классов 75—10 мм и 10—1 мм также точку  $P$  суммарной  $\lambda$  этих классов пластов  $A$  и  $B$ , соответствующих равнозольным элементарным слоям разделения. По этим точкам находим соответствующие точки кривых  $\beta$  отдельных пластов и классов, определяющие допустимое максимальное содержание золы в концентратах отдельных классов обоих пластов, и по точке  $Q$  суммарной  $\beta$  — содержание золы в смеси концентратов обогащаемых механическим способом классов.

Таким образом, применяя графический метод анализа по Рейнгардту, можно ожидать следующие теоретические результаты обогащения на проектируемой фабрике:

Пласт	Наименование продукта	Выход в %	Содержание золы в %
A + B	Кл. > 75 мм, концентр. . . . .	17,6	5,6
C	" 75—0 мм, необогаш. . . . .	12,2	6,1
A	" 1—0,5 мм, пыль . . . . .	2,6	7,8
A	" 0,5—0 " . . . . .	3,0	14,0
A	Кл. 75—10 мм, концентр. . . . .	10,8	4,8 } 3,8 } 3,9 } 4,4 } 4,1
B	" 75—10 " " . . . . .	7,0	
A	" 10—1 " " . . . . .	16,2	
B	" 10—1 " " . . . . .	7,8	
A + B + C	Всего концентр. . . . .	77,2	5,5

Если построить для каждого отдельного класса кривую  $\theta$ , то после выделения концентратов, задавшись содержанием золы в хвостах или уд. весом разделения последних — можно разделить слои ниже элементарного слоя разделения на промпродукты и хвосты.

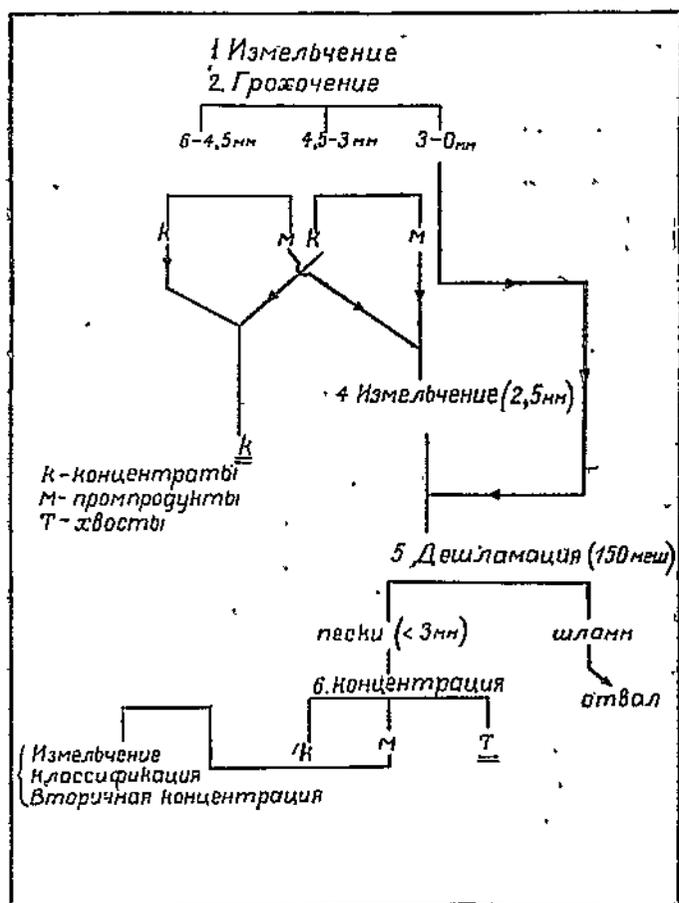
Имея, таким образом, для каждого обогащаемого класса оптимальное содержание золы в концентратах и в хвостах, по кривым уд. весов определяем теоретический режим работы проектируемых или находящихся в эксплуатации обогатительных устройств мокрого или пневматического процесса. Подобным же образом определяются выходы и качество продуктов обогащения и режим работы по II и III вариантам.

Окончательный выбор варианта зависит, главным образом, от факторов и соображений больше экономического, чем технического характера: общая рыночная стоимость продукции обогатительной фабрики с учетом зольности концентратов, возможность сбыта или использования пыли и промпродуктов.

Промпродукты обычно подвергаются вторичной переработке (класс 75—10 мм предварительно дробится), в результате чего получается концентрат с несколько повышенной зольностью (7—8%), но количество его сравнительно незначительно (не свыше 6—8% от количества всего концентрата) и относительно мало влияет на повы-

шение содержания золы в концентрате (0,1—0,2%). Поэтому практически при графическом анализе процесса обогащения концентрат переработки промпродуктов в расчет не принимается.

## ПРИМЕНЕНИЕ ПРАВИЛА И ДИАГРАММЫ РЕЙНГАРДА К РУДАМ



Фиг. 2.

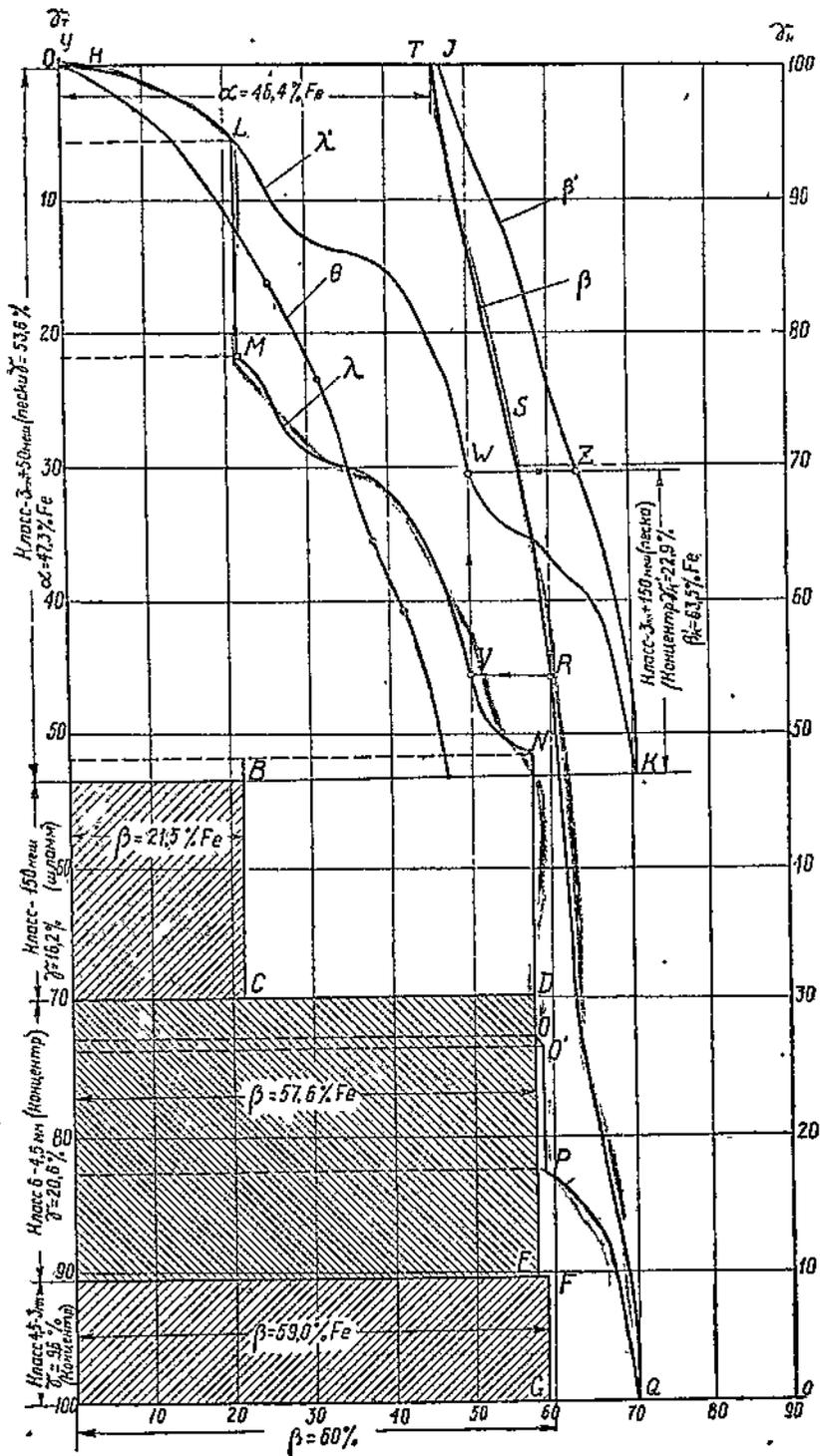
Ниже приводится разработанный нами пример для иллюстрации возможности использования положения и суммарной диаграммы Рейнгардта для определения оптимальных выходов концентратов отдельных видов руд при заданном содержании металла смеси их концентратов.

Обогащение кварцевой железной руды намечается по следующей схеме:

Характер обогатимости песков представлен на фиг. 3 кривыми  $\lambda'$  (YHLWK) и  $\beta'$  (JZK).

Шлам, концентраты отсадки классов 6—4,5 мм и 4,5—3 мм рас-

Операция		Наименование продукта	Выход	Содержание железа
№	Наименование		в %	
3а	Отсадка кл. 6—4,5 мм	Концентрат . . . . .	20,6	57,6
3б		Отсадка кл. 4,5—3 мм	Концентрат . . . . .	9,6
5	Дешламация	Пески необогащенные (кл. — 3 мм + 150 меш.) . . . . .	53,6	47,3
5		Шлам необогащенный (кл. — 150 меш.) . . . . .	16,2	21,5
—		—	Исходный материал . . . . .	100,0



Фиг. 3. Суммарная диаграмма Рейнгардта применительно к анализу обогатимости руд.

смотрим, как элементарные слои, расположенные сверху вниз в порядке возрастания содержания железа. Характер их обогатимости представлен ломаной линией —  $\lambda''$  (ABCDEFQ).

Строим суммарную кривую  $\lambda = \lambda' + \lambda''$  — (YHLMVNOPQ) и соответствующую ей суммарную  $\beta$  (QRST).

Из схемы (фиг. 2) видно, что выделенный после концентраций (6) промпродукт подвергается измельчению и затем дальнейшим операциям обработки: классификации, концентрации и т. д.

Ориентировочный подсчет по кривым  $\lambda'$ ,  $\beta'$  и  $\theta'$  показывает, что в продуктах концентрации отойдет концентратов около 25% с содержанием не менее 60% железа, промпродуктов около 15%, с содержанием около 47% железа, в % всего количества исходной руды.

Полагая, что после измельчения характер обогатимости остается тот же, а, следовательно, после вторичной концентрации промпродукта соотношение выходов концентратов, промпродуктов и хвостов не изменится по сравнению с результатами обогащения в операции (6), можно рассчитывать получить 4—5% концентратов дополнительно с кондиционным содержанием не менее 60% железа.

Всего концентратов в операциях 3а, 3б и 6 получено ориентировочно около 55% от исходной руды и, следовательно, добавочные 5% концентратов после обогащения измельченных промпродуктов песков не могут оказать заметного влияния на полученные средние результаты обогащения в операциях 3а, 3б и 6 в отношении содержания железа.

Можно ожидать, однако, получения несколько более бедного концентрата, после концентрации измельченного промпродукта операции (6). Поэтому для нахождения уточненного выхода концентрата и содержания в нем железа (операция (5) по кривым — задаемся содержанием железа в смеси концентратов (операции 3а, 3б и 6) не 59,0%, как это требуется по заданию, а 60%, в целях обеспечения суммарного концентрата с содержанием железа не менее 59,0%.

Поверочные подсчеты показывают, что снижение содержания железа в концентрате вторичной концентрации даже на 2—3% не окажут никакого заметного влияния на среднее содержание всех концентратов (операции 3а, 3б, 6 и 7).

Руководствуясь этими соображениями и применяя к рудам правило Рейнгардта о максимальном выходе концентратов, а также принимая среднее содержание железа в суммарном концентрате = 60%, находим точку R на суммарной кривой  $\beta$  смеси концентратов, а затем соответствующую ей точку V на суммарной кривой  $\lambda$ , определяющую содержание железа в элементарном слое разделения.

По правилу Рейнгардта находим точку W, определяющую для песков — 3 мм + 150 меш. элементарный слой разделения с одинаковым содержанием железа, а затем по точке Z кривой  $\beta'$  концентратов песков — оптимальное содержание железа в концентратах.

Таким образом, находим, что для обеспечения содержания 59—60% железа в суммарном концентрате в процессе обогащения по всей фабрике необходимо, чтобы концентрат песков содержал не менее 63,5% железа. При этом его выход составит около 23% от всего исходного материала, поступающего на фабрику.

Следует обратить внимание на то, что при проектировании технологического процесса обогащения для угля суммарная диаграмма Рейнгардта дает ответ для всего процесса обогащения на фабрике, т. е.

выход промпродукта сравнительно невелик, и обработка угля, вследствие его рыхлости, ограничивается в основном только одним приемом обогащения, не считая переработки промпродукта, не имеющего решающего значения.

В практике обогащения руд материал подвергается нескольким последовательным приемам дробления и концентрации и, вследствие этого, применение суммарной диаграммы Рейнгардта возможно для суждения об оптимальном выходе концентратов и содержании в нем металла, только для одного данного приема, при условии, что количество промпродуктов, подвергающихся дальнейшей переработке, относительно невелико и качественно не может повлиять на выводы.

## Цитированная литература

1. Bulletin trimestriel de l'Industrie Minerale, 2-e livraison, 1903.
2. Revue Universelle des Mines et de la Metallurgie, 2-e volume, 1905.
3. Etude analytique et comparative des charbons, Béranger, Paris, 1928.
4. Glückauf, 1911.
5. Glückauf, 1926.
6. Proceedings of the Second International conference on bituminous coal, Bd. 2. Pittsburgh, 1928.
7. Proceedings of the Third International conference on bituminous coal, Bd. 2, Pittsburgh, 1931.
8. Курс обогащения полезных ископаемых вып. VI и VII, Н. X. Т. И. Ленинград, 1928.
9. Mitteilungen Kaiser Wilhelm Inst. für Eisenforschung, Düsseldorf, 1925 & 1927.
10. Transactions Am. I. M. E., Milling Methods, New York, 1930.
11. Glückauf № 27, 1933.

Кроме того, ряд перечисленных выше трудов иностранных авторов нашли отражение в следующих изданиях на русском языке:

1. Проф. Э. Ф. Меллер — Теория исследования углей на обогатимость Д. В. У. — Харьков, 1935.
2. К. Рейнгардт — Методы исследования угольной мелочи, перев. с нем., Сборник статей по обогащению углей, вып. II — Д. В. У. — Харьков, 1935 (перевод с немецкого).
3. Б. Г. Черненко и М. Б. Шубин — Оценка кривых обогатимости угля по методу Берда, там же.
4. В. Луйкен — Определение максимума технической и экономической эффективности обогатит. процесса — пер. с нем., ОНТИ, 1937 г.

## Холодное брикетирование углей с торфяной гидромассой

### О методе брикетирования

Применяемый, обычно, при брикетировании ископаемых углей, каменноугольный пек в качестве связующего вещества представляет собою дорогостоящий дефицитный продукт.

С целью замены каменноугольного пека Д. Г. Цейтлин предложил метод коллоидального брикетирования углей с торфяной гидромассой.

Исследование углей на брикетируемость по этому способу нами проводилось так. Берется навеска угля с рабочей влажностью и крупностью кусков 1—0 мм и смешивается с навеской гидромассы. Смесь пропускается 2—3 раза через шихтоперетирательную машину для истирания до равномерного состояния и после этого формуется из нее от руки брикеты определенного веса. Брикеты эти сушатся до постоянного веса на воздухе, а после сушки они считаются пригодными для использования в качестве топлива в любой топке.

Кратко об отдельных процессах подготовки шихты по этому методу.

Отвешивается на технических весах навеска (1, 2, 3 кг) угля указанного выше класса с рабочей влажностью и помещается в банку с притертой пробкой.

Затем для брикетирования готовится гидромасса. Гидромасса берется с рабочей влажностью около 90%; извлекаются из нее неразложившиеся или плохо разложившиеся растительные остатки (пни, части стволов, сучьев и проч. — лучше брать хорошо гумифицированную массу.) Отвешивается из нее на технических весах навеска, величина которой должна соответствовать заданному % соотношению в шихте угля и гидромассы (по совокупности %% угля и %% гидромассы дают 100%). Навески угля и гидромассы перемешиваются и перетираются согласно вышеуказанному 2-3 раза до заметного на-глаз состояния. При этом очень часто бывает, что взятый уголь для составления шихты имеет малую рабочую влажность, относительно низкую способность к перетиранию, что приводит к задерживанию шихты в перетирательной машине, уменьшает ее производительность и порою даже останавливает ее работу.

Для устранения перебоев в работе машины общая влажность шихты, в зависимости от влажности и качеств входящих в шихту компонентов, доводится до 65—75%.

В случае отсутствия готовой гидромассы и наличия того или иного размера кусков гидравлического, резинового или машинного торфа, уже можно будет легко изготовить в лабораторных условиях гидромассу. В этом случае выбираются вручную из торфяных кусков неразложившиеся крупные остатки дерева; мелкие оставшиеся куски складываются в стеклянную банку и действуют на них в течение 10—15 мин. водопроводной струей, чтобы при этом произошло разрыхление и расслоение крупных и мелких кусков торфа. После действия струи воды, масса оставляется в течение 3—4 часов для отстаивания. Затем вода из банки сливается и слои торфа высыплются без перемешивания на железный противень.

Колонка сырого высыпаемого из банки торфа исследуется на расслоение ее составных кусков. Слой крупных кусков выбрасывается, а мелкие идут на торфо-перетирательную машину для дополнительного истирания.

Пропущенный мелкий торф с влажностью до 80—85% через машину может быть назван „гидромассой“ и бывает вполне пригодным для составления шихты.

Как правило, готовый торф с влажностью менее 30—35% брать для изготовления лабораторной гидромассы не рекомендуется, т. к. опыты показали, что из него нельзя получить такой торфяной гидромассы, которую можно было бы в значительной мере полезно использовать в брикете. Как уголь, так и изготовленную гидромассу, до составления шихты рекомендуется хранить в отдельных банках с пробками.

Расчет лабораторной шихты производится, исходя из необходимости изготовления брикетов для исследований:

а) на разрушение раздавливанием от руки в колич. . . . .	2 шт.
б) „ „ „ на прессе в колич. . . . .	2 „
в) „ „ „ свободным опусканием на чугунную плиту	2 „
г) „ с высоты 1,5 м в колич. . . . .	10 „
д) „ истирание и разрушение в барабане . . . . .	2 „
е) „ сжигание . . . . .	2 „
ж) „ водостойчивость . . . . .	4 „
з) для наблюдений за поведением на воздухе . . . . .	4 „
<hr/>	
Всего . . . . .	24 шт.

Если требуется провести испытание брикетов на сжигание в колонке, то количество их изготовляется на 16 шт. более, т. е. всего 40 шт.

Продолжительность перетирания и перемешивания шихты в машине зависит от равномерности распределения гидромассы и влаги среди угля.

Критерием оценки качества перемешивающихся компонентов шихты служит длина и эластичность выходящих из отверстий машины жгутиков. Замечено, что после пропускания одного раза через машину, жгутики шихты получаются короткими (2—4 см), и маловлажными и не эластичными, со склонностью распада их на отдельные более мелкие кусочки.

По мере увеличения количества пропусков шихты через машину эластичность и длина жгутиков за счет пригонки друг к другу составных частей (жгутиков) увеличивается и достигает своего предела, обычно, только после 2-3-кратного пропускания шихты через машину.

## Процесс брикетирования

Полученная из шихтоперетиральной машины, шихта помещается в банку с притертой пробкой и сразу же подвергается ручным способом формованию (брикетированию).

В зависимости от того, какого веса в воздушно-сухом состоянии желательно получить брикет, берется соответствующая навеска изготовленной шихты. Вначале подвергают шихту „валянью“ между ладонями рук для получения шарообразной или чечевицеобразной формы брикета; причем процесс „валянья“ продолжается до тех пор, пока не будут уничтожены трещины на брикете.

В случаях трудности получения шарообразной или другой формы брикетов без трещин, прибегают к увеличению (примерно на 5%) влажности ее, путем полировки наружной поверхности формы, опрыскиванием из пульверизатора и это способствует уничтожению образовавшихся трещин.

Количество воды, израсходованное на полировку, учитывается количеством по объему или по весу.

К полировке формуемого брикета чаще всего приходится прибегать в случаях недостаточного количества влаги в шихте, из-за отсутствия которой эластичность массы брикета уменьшается и она трудно подвергается формованию.

Шарообразная или чечевицеобразная формы брикета являются исходными, из которых бывает наиболее легко получить брикет без трещин. Указанные формы в последующем легко могут быть обращены в какую угодно другую форму, например: прямоугольного параллелепипеда, яйцевидную, подушечкообразную и др.

Полученные таким порядком брикеты в дальнейшем просушиваются на воздухе, или в термостате при температуре 50—60°, или 100—110° до постоянного веса.

Изготовленные таким способом и высушенные брикеты оказываются, при удачно подобранном процентном соотношении угля и гидромассы, весьма прочными, дающими коэффициент связанности по барабану до 94; причем брикеты выдерживают без разрушения до 12 свободных падений с высоты 1,5 м на чугунную плиту.

Как правило, брикеты, полученные из подмосковных, кивдинских, тавричанских и др. углей с торфом, оказались весьма гигроскопичными — поглощающими воды до 70% при увеличении их формы, но без ее разрушения. При последующем просушивании оводненных брикетов, они в течение 4-5 дней теряли воду и доходили до исходного воздушно-сухого состояния, при этом приобретая, примерно, исходную прочность, характерную до намокания.

## Теоретическое обоснование формования брикетов

На основании проведенных работ теоретическая сущность брикетирования по этому способу может заключаться в следующем. Для

получения наилучшей прочности брикетов, гидромасса должна быть распределена в угле так, чтобы при этом образовалась вполне однородная масса. Распределение гидромассы производится вручную, шихтоперетиральной машиной и, наконец, вторично вручную — при помощи „валянья“.

По мере перехода от одного способа перемешивания к последующему, равномерность распределения составляющих компонентов шихты увеличивается и достигает своего предела при повторной ручной формовке. В шихтоперетиральной машине и при ручной формовке отдельные компоненты шихты „пригоняются“ друг к другу за счет скорей всего избирательной адсорбции одних частиц по отношению к другим.

Брикеты, полученные из одной и той же шихты, но двумя различными способами, т. е. „валяньем“ и при помощи давлений на шихту в форме — на гидравлическом или ручном прессе, после одинаковых условий их просушивания и при одинаковой оставшейся в просушенных брикетах влажности, имеют не одинаковые механические свойства. Брикет, полученный при помощи „валянья“, по механическим свойствам бывает, как правило, значительно (иногда в 2 и более раза) прочнее брикета, полученного при помощи давлений на прессе.

Удовлетворительные механические свойства, приобретаемые брикетом при способе формовки их „валяньем“, с теоретической стороны находят себе оправдание (по Лаврушину) в следующем.

Шихта, выходящая из шихтоперетиральной машины, состоит из угля+гидромассы+воды. Уголь, входящий в шихту имеет куски величиною в один миллиметр и только в некоторой их части коллоидно-дисперсные размеры. В подобных системах шихт, количественные соотношения отдельных входящих компонентов могут колебаться в самых разнообразных пределах.

Торф в виде гидромассы довольно сложного состава находится в шихте в виде раздробленных торфяных волокон и продуктов их распада еще относительно мало изученных. Причем, короткие и толстые волокна торфа сказываются на механических качествах брикета хуже, чем более длинные — менее оборванные и тонкие. В силу этого гидромасса, полученная из залежи промышленным способом, всегда бывает лучше, чем гидромасса, полученная из торфа, путем дробления крупных кусков воздушно-сухого торфа на более мелкие, с последующим увлажнением этой раздробленной массы.

В процессе формовки брикетов при помощи „валянья“ при всяком новом ударе шихты о ладони рук или о твердую поверхность — угольные и торфяные частицы ее перемещаются с определенными скоростями в том или ином направлении, преодолевая при этом возникающее между ними трение. При этом скорость перемещения частиц зависит от величины размеров и шероховатости поверхности частиц, силы ударов и их частоты, количества воды, химической природы угля, гидромассы и пр.

При ограниченности поставленных в лаборатории опытов и отсутствия соответствующего оборудования, изучение направления и величины скоростей перемещения указанных частиц представило весьма большие трудности и таким образом, эта часть метода оказалась не исследованной. С приобретением данным способом прав гражданства

на промышленное внедрение его, ясно, что научное изучение этих скоростей для формовки брикетов будет иметь большое практическое значение.

Рассмотрим вкратце те явления, которые, вероятно, имеют место при формовке шихты.

Вследствие волокнистого строения органического вещества гидромассы, неопределенного строения угольных частиц, наличия воды, различных удельных весов входящих в систему компонентов и их различного количественного соотношения, возможного химического сродства гидромассы и угля, механического воздействия руки на шихту,—угольные частицы во время формовки конденсируются вокруг торфяных волокон, образуя при этом вначале конденсационные центры, а затем и скелет, который скрепляет (хотя и непрочно в сырой шихте) всю угольно-торфяную массу в форму брикета достаточно прочную уже в подсушенном его состоянии. Таково наше представление о поведении в брикетируемой шихте твердых компонентов.

Далее рассмотрим, какое же значение имеет в системе вода. Находящаяся в тех или иных количествах воде в системе отводится значительная роль, а именно:

а) Вода, являясь в системе дисперсированной средой в отношении твердой фазы, т. е. участие ее доходит до 65—75%, удерживает некоторую часть торфяных и угольных (в коллоидально-дисперсном состоянии) частиц и близко приближающихся к ним размеров, во взвешенном состоянии.

Надо полагать, что во всякой сырой шихте и в свежеизготовленном брикете в особенности, эти частицы с водой, за счет внешне приложенных сил руки и внутренних шихты, переносятся по капиллярам из одного места в другое, образуя при этом, до некоторой степени принудительно брауновское движение. При этом частицы совместно с водой из мест наибольшей концентрации переносятся в места менее концентрированные и до тех пор, пока не наступит некоторое состояние равновесия во всех точках системы.

б) Вода является растворителем органических кислот и их солей, находящихся в системе; она разносит их из отдельных скоплений по всей брикетируемой массе и тем самым, несомненно, создает такое физико-химическое состояние системы, которое положительно влияет на цементацию частиц, обеспечивающих относительно хорошие механические качества высушенного брикета.

в) Вода является во время процесса шихтоперетирания тем смазочным веществом, которое уменьшает как внутреннее трение частиц самой системы, так и трение, образующееся между поверхностью перетираемой системы и внутренней шихтоперетиральной машины.

г) Кроме того, вода, находясь внутри системы шихты и представляя собою как бы смазывающее вещество, в процессе формовки („валянья“) обеспечивает относительно равномерное распределение частиц между собою и способствует избирательной адсорбции для образования брикетов удовлетворительных механических качеств. Замечено, что при недостаточном количестве воды в шихте, относительное скольжение частиц бывает малое, из-за чего на границах соприкосновения этих частиц развивается соответственно большое трение и масса шихты или забивает машину, выводя ее из работы, или же при формовке, шихта не поддается формованию, из-за чего образуются трещиноватой формы свежеизготовленные брикеты.

Брикетиrowание одного и того же состава шихты в цилиндрической форме на гидравлическом прессе под давлением 400 кг/см<sup>2</sup> и ручным способом дает прочность брикетов, грубо говоря, в 2 раза меньшую, при первом способе чем при втором. Причиной получения менее удовлетворительных механических свойств брикета на прессе заключается в том, что, очевидно, при этом методе не происходит того „естественного подбора“ между собою угольных и торфяных частиц, которые имеют место при способе Цейтлина. Вследствие этого при последнем удачном подборе соотношения угля и шихт массы получаютс я надлежащих качеств брикеты.

### **О сушке брикетов**

Свежеизготовленные брикеты с влажностью около 75% по внешнему виду имеют уплотненную тестообразную массу, с приданной при брикетиrowании формой, склонной при перемещениях в сыром состоянии разрушаться. Для придания соответствующей прочности сырым брикетам, они подлежат просушиванию:

а) или на открытом воздухе при обыкновенной температуре с возможным доступом лучей солнца;

б) или при обыкновенной температуре, но с принудительной подачей воздуха;

в) или подогретым воздухом до температуры 50—60°;

г) или воздухом подогретым до 110° в различных комбинациях с первыми двумя методами.

Вследствие разнообразной физико-химической природы входящих в брикет компонентов, их количественного соотношения, характера уплотненности и „пригнанности“ друг к другу отдельных частиц брикета и др., сушка последнего представляет довольно хлопотливый и продолжительный процесс.

Конечной влажностью высушенных брикетов из бурых углей, в зависимости от природы их, следует считать 7—16%. Это та влажность, при которой брикет является достаточно прочным с коэффициентом связности по барабану около 75 и в то же время бывает не сильно оводненным, если принять во внимание, что некоторые бурые угли, идущие на брикетиrowание, имеют исходную рабочую влажность порядка 20—30%.

Принимая во внимание исходную и конечную влажность свежеизготовленного брикета, приходим к тому выводу, что во время сушки приходится удалять из брикета влаги около 55%. Удаление такого огромного количества влаги из брикета, при искусственном подсушивании, требует весьма большого расхода тепла, связанного с затратами топлива и кроме того если в промышленных условиях, то много времени и громоздкого оборудования <sup>1)</sup>.

### **Сушка брикетов на воздухе при обыкновенной температуре**

Для сушки сырой, свежеизготовленный брикет ставится одним из своих оснований на деревянную решетку так, чтобы к нему был обеспечен со всех сторон доступ воздуха; при наличии солнечных лучей можно выставлять брикет и на солнечный свет.

<sup>1)</sup> Последними опытами Брикетной лаборатории МГИ установлено, что при сушке угле-торфо-брикетов приходится удалять 34—36% влаги, что значительно упрощает и удешевляет весь процесс сушки.

Через 6—12 часов после лежания брикета в указанном положении на воздухе, он переворачивается („ворочка“) на другую — смежную с первым основанием сторону. Ворочка брикета с одной поверхности на другую производится последовательно. Для определения количества и скорости испаряющейся влаги, перед началом сушки и перед каждой новой ворочкой, брикет взвешивается на технических весах и результаты записываются для оценки хода процесса сушки.

Продолжительность сушки в указанных условиях, обычно, длится от 8—12 суток и она зависит от физико-химических свойств угля и гидромассы, составляющих брикет и от условий просушивания. При наличии в летнее время сквозняков срок сушки может сократиться до 6 суток.

Время окончания сушки устанавливается величиной веса удаленной влаги, определяемой по разности между начальным сырым и конечным весом, достигнутым при воздушно-сухом состоянии брикета.

Просушивание до влажности меньшей воздушно-сухого состояния обычно приводит к уменьшению прочности брикета.

### **Сушка брикетов в потоке обыкновенного воздуха**

Свежеизготовленный брикет кладется на деревянную решетку и ставится в помещении с установившимся притоком воздуха, подаваемого вентилятором. Вследствие сильного обмена воздуха при интенсивной подаче его, отдача влаги брикетом происходит интенсивно, в силу чего возможно растрескивание его за счет большой усадки брикета. Поэтому в этих условиях рекомендуется производить более частую (примерно, через один час) ворочку брикетов.

Продолжительность сушки при этих условиях определяется устанавливающимся конечным воздушно-сухим состоянием брикетов. Замечено, что брикеты, высушенные таким способом, по прочности бывают ниже, примерно, на 25%, чем те же брикеты, но высушенные при обыкновенных условиях. В процессе просушивания замечается особенно сильное удаление влаги с поверхностей брикетов, непосредственно (передней и верхней) обращенных к струе притекающего воздуха, в то же время нижняя и задняя поверхности остаются сырыми, подвергаясь растрескиваниям.

### **Горячая сушка брикетов**

Целью горячей сушки брикетов является сокращение периода, требуемого для сушки при обыкновенных условиях. Сушка брикетов по этому способу может осуществляться при температуре 50—60° или 100—110°, но при последней получаются мало прочные брикеты.

Для предупреждения интенсивного испарения (в результате которого происходит растрескивание брикета) влаги из свежеизготовленного брикета, он кладется на деревянную решетку. После лежания в этих условиях брикет ставится на металлической сетке в сушильный шкаф с опущенным в него термометром, для контроля температуры.

Процесс сушки сопровождается ворочкой брикета через каждые 15—20 мин. и концом сушки считается достижение брикетом заданного конечного % влажности. Затем высушенные брикеты вынима-

лются из шкафа и охлаждаются на воздухе при обыкновенных условиях. При этом прочность полученных брикетов бывает примерно на 30% ниже, чем прочность таких же брикетов, но высушенных при обыкновенных условиях<sup>1</sup>.

Количество испаренной влаги во время просушивания определяется в весовых единицах по следующей формуле:

$$x_1 = \frac{a(b - x_2)}{100 - x_2} \text{ кг. . . . . (1).}$$

Для проверки расчета выполненного по этой формуле, необходимо применять формулу:

$$x_2 = \frac{(x_1 - x_3) 100}{a - x_3} \% . . . . . (2).$$

- где:  $x_1$  — вес воды, подлежащей удалению;  
 $x_2$  — % влажности, подлежащий оставлению в угле;  
 $x_3$  — весовое количество всей воды в навеске угля, взятого для просушивания;  
 $a$  — вес угля, взятого для просушивания;  
 $b$  — начальная влажность угля в процентах.

Пример. Требуется определить какое весовое количество влаги следует испарить, чтобы брикет весом ( $a$ ) в 700 г с влажностью в 70% был с остаточной влажностью в 15%. Весовое количество ( $x_1$ ) влаги подлежащей испарению находится:

$$x_1 = \frac{a(b - x_2)}{100 - x_2} = \frac{700(70 - 15)}{100 - 15} \approx 453 \text{ г.}$$

Проверка расчета осуществляется так:

а) Находим, какое весовое ( $x_3$ ) количество воды содержится в рабочем угле, подлежащем просушиванию.

$$x_3 = \frac{a \cdot b}{100} = \frac{700 \cdot 70}{100} \approx 490 \text{ г.}$$

б) Далее находим процент ( $x_2 = 15\%$ ) остаточной влаги в подсушенном угле, если из него будет удалено 55% влаги, которая равна в весовом выражении  $x_1 = 453$  г.

$$x_2 = \frac{(x_3 - x_1) 100}{a - x_1} = \frac{(490 - 453) 100}{700 - 453} \approx 15\%$$

<sup>1</sup> Последними специальными исследованиями по сушке угле-торфо-брикетов, произведенными в Брикетной лаборатории МГИ доцентом А. Я. Михайленко, считается установленным, что прочность брикетов, полученных в результате искусственной сушки, ничуть не ниже прочности брикетов, высушенных естественным путем; при соответствующей организации режима сушки нет никакой надобности в частой ворожке брикетов; температура сушки может быть безболезненно доведена до 140—150° и т. д.



влаге при сушке еще не означает того, что при нем обязательно должна наступить деформация (щели) брикетов. К такого рода брикетам следует отнести полученные из тавричанских углей пластов „Пожарого“ и „Газового“, с теми же количествами гидромассы.

Брикеты из этих углей после сушки их в обычных условиях были настолько прочными, что разломить их от руки даже сильному человеку не представлялось возможным. В сухом брикете, без заметных на глаз трещин и при сохранившихся относительно прочных наружных поверхностях, внутреннее состояние его, при данном подвижном равновесии или близком к нему, обычно, характеризуется наличием сформировавшейся продольной по главной оси брикета пустоты с некоторой ноздреватостью внутренней поверхности, окружающей эту пустоту. Кроме того, существует предположение о том, что величина деформаций и образование пустот в брикетах зависят от неравномерного просушивания.

Указанное физическое состояние брикета, начиная от наивысшей его влажности до установившегося подвижного равновесия предположительно получается в процессе сушки следующим порядком.

Из свежизготовленного брикета, при естественной и искусственной сушке, в первый период происходит удаление „внешней“ влаги с его внешних поверхностей, а затем в последующий уже постепенное удаление ее и из других слоев. По мере удаления влаги с наружной поверхности, по капиллярам брикета поступает влага с внутренних слоев к этой наружной, уже относительно сухой, поверхности.

С удалением из верхних слоев и притоком в эти слои влаги по капиллярам из центральной части брикета, само по себе устанавливается, своего рода другое „внутреннее“ подвижное равновесие влаги между этими слоями. Это „внутреннее“ подвижное равновесие будет нарушаться до тех пор, пока будет происходить удаление влаги с внешних поверхностей брикета и оно может быть устойчивым только тогда, когда влажность в брикете не может быть уменьшена притекающим для сушки воздухом. Таким образом внутреннее равновесие „ $P$ “ системы характеризуется следующей зависимостью от внешнего подвижного равновесия ( $P_{вн}$ ):

$$P \text{ внутр.} = f(P_{вн.})$$

Причины, уменьшающие этот потенциал равновесия, следующие.

В процессе сушки вместе с влагой по капиллярам двигаются растворенные в ней соли, взвешенные частицы угля и гидромассы. Они подходят к наружной поверхности брикета и к слоям, около нее прилегающим. При этом вода, при тех или иных скоростях, испаряется, а твердые частицы и соли застревают у наружных отверстий капилляров и своим присутствием закупоривают их, образуя при этом относительно прочную корку преграждающую доступ к наружным поверхностям влаги для ее испарения.

Толщина и плотность корки в значительной мере влияют на скорость испаряемой из брикета влаги.

С прекращением или с значительным замедлением испарения влаги из брикета, в нем с течением времени устанавливается средняя влажность, которая изменяется уже только впоследствии, в зависи-

мости от условий большей или меньшей относительной влажности окружающего брикет воздуха.

Если посмотреть на разломанный свежий или лежалый воздушно-сухой брикет, то совершенно отчетливо бывают видны, на местах излома как образовавшаяся во время просушивания корка, резко отличающаяся по своему структурному составу от остальной массы слоев, расположенных внутри брикета, так и изменение влажности их.

Вследствие ухода из центральной части брикета, значительной части влаги, мелких кусков угля и торфа в этих местах, в некоторых случаях, образуются пустоты и ноздреватости и как правило происходит усадка всей массы брикета доходящая иногда до 2 объемов от исходной сырой массы брикета. Отсюда предположительно надо сделать тот вывод, что чем мельче и моложе по своему химическому возрасту будет взят уголь для подобных формований, чем более будет разность удельных весов взвешенных в воде частиц относительно остальной массы брикета и чем более будет отставать усадка брикета от скорости удаления влаги при просушивании и проч., тем больший объем пустот можно ожидать в брикетах, полученных по этому способу.

Далее, рассмотрим кратко те причины, которые вызывают получение низких механических качеств брикетов при сушке их в потоке горячего воздуха. Этими причинами, повидимому, следует считать следующие.

При просушивании на воздухе в обыкновенных условиях свежеизготовленного брикета происходит постепенное удаление из него влаги за счет которой объем брикета соответственно равномерно уменьшается, угольные и торфяные частицы между собою достаточно прочно схватываются и образуют при воздушно-сухом состоянии относительно прочный брикет, установленной при брикетировании формы.

При горячей же сушке удаление влаги из брикета происходит, относительно обыкновенной сушки, довольно быстро; в результате чего получается отставание усадки некоторых мест массы и имеет место деформация брикетов. При этом „естественный подбор“ частиц, приобретенный при формовке разрушается — сцепленность между ними нарушается и брикеты в этом случае получаются непрочными.

### Общие выводы

В заключение следует о данном методе брикетирования сказать следующее.

1) Способ формования брикетов из угля и торфа с научной стороны безусловно представляет интерес, т. к. взаимодействие компонентов системы, состоящей из угля, торфа, влаги и различных растворенных в последней соединений имеет весьма сложное явление, заслуживающее для распознавания его затраты многих сил, средств и знаний. 2) Наконец, этот способ может оказаться ценным с практической стороны, т. к. при нем возможно будет, при достаточно хорошо разработанном лабораторном методе, проверенном в полужаводских условиях, получение прочных брикетов, с заменой дорогостоящего пека, довольно дешевым и недефицитным торфом-сырцом однако, при этом следует иметь ввиду, что все брикеты, получаемые по этому методу будут, без принятия водозащитных мер,

всегда гигроскопичными<sup>1)</sup>, требующими условий хранения, обеспечивающих их от намокания в воде и вместе с тем и от разрушения.

3) Сушка торфо-угле-брикетов, полученных этим способом, является довольно узким местом, препятствующим внедрению его в промышленные условия, но надо полагать, что и эта задача будет разрешена положительно усилиями нашего научного коллектива.

4) Означенный метод все же открывает новые пути взаимного обогащения бурых углей и торфа, открывает доступ этим сравнительно малоценным видам топлива к наиболее ответственным категориям потребителей и придает им высокую транспортабельность.

---

<sup>1)</sup> Брикетной лабораторией МГИ установлена возможность придания водостойкости различным буроугольным брикетам, а также угле-торфо-брикетам. В настоящее время лаборатория приступает к специальному исследованию и разработке практического метода придания указанным брикетам водостойкости.

*Ред.*

## К кинематике рудничного под'ема

В своей работе „Опыт исследования динамики вертикального рудничного под'ема при равномерном распределении энергии, расходуемой под'емной машиной“ проф. Г. М. Еланчик, рассматривая трех-периодный под'ем груза с периодами ускоренного, равномерного и замедленного движения, предполагает, что в течение первого периода ускорение  $w$  груза, изменяясь по некоторому определенному закону, т. е. являясь заданной функцией или времени  $t$ , или расстояния  $s$ , пройденного грузом, убывает от некоторого начального значения  $w_1$  до нуля, а в течение третьего периода это ускорение изменяется в пределах от нуля до  $-\omega_2$ . При этом проф. Еланчик пользуется следующими формулами:

$$t_1 = \xi \cdot \frac{v_m}{w_1} \quad \text{и} \quad h_1 = \mu \cdot \frac{v_m^2}{w_1},$$

где  $t_1$  — время ускоренного движения груза (продолжительность первого периода под'ема),  $h_1$  — путь, пройденный грузом за первый период и  $v_m$  — максимальная скорость груза, т. е. та скорость, с которою он движется в течение второго периода.

Коэффициенты  $\xi$  и  $\mu$  имеют некоторые определенные числовые значения, зависящие от закона изменения ускорения  $w$ , но не зависящие ни от  $v_m$ , ни от  $w_1$ . Такие же формулы имеют место и для периода замедленного движения груза. Эти формулы проф. Еланчик выводит для некоторых частных случаев движения и вычисляет соответствующие этим случаям числовые значения коэффициентов  $\xi$  и  $\mu$ .

В настоящей заметке я показываю, что при некотором предположении относительно закона изменения ускорения  $w$  эти соотношения можно обобщить, и даю в общем виде формулы, по которым можно вычислить коэффициенты  $\xi$  и  $\mu$ .

Предположим сначала, что ускорение  $w$  является некоторой функцией времени, зависящей от параметров  $w_1$  и  $t_1$ , т. е.

$$w = \varphi(w_1, t_1, t).$$

Все остальные постоянные (кроме  $w_1$  и  $t_1$ ), входящие в функцию  $\varphi$ , будем предполагать безразмерными. Тогда из условия однородности этой функции (по отношению к единицам длины и времени) найдем, что эта функция должна иметь следующий вид:

$$w = w_1 \cdot f\left(\frac{t}{t_1}\right),$$

где  $f$  — какая угодно функция, удовлетворяющая условиям:

$$f(0) = 1 \quad \text{и} \quad f(1) = 0.$$

Для определения скорости имеем:

$$dv = w \cdot dt = w_1 \cdot f\left(\frac{t}{t_1}\right) \cdot dt \quad \text{и}$$

$$v_m = w_1 \int_0^{t_1} f\left(\frac{t}{t_1}\right) dt.$$

Полагая  $\frac{t}{t_1} = \tau$ , получим:  $dt = t_1 \cdot d\tau$  и

$$v_m = w_1 t_1 \cdot \int_0^1 f(\tau) d\tau.$$

Вводя обозначение:

$$\frac{1}{\xi} = \int_0^1 f(\tau) \cdot d\tau \dots \dots \dots (1)$$

Найдем, что

$$t_1 = \xi \frac{v_m}{w_1}; \dots \dots \dots (2)$$

Формула (1) является общей формулой для определения коэффициента  $\xi$  в том случае, когда ускорение задано, как функция времени.

Для определения пути  $h_1$ , пройденного грузом за время  $t_1$ , имеем:

$$h_1 = \int_0^{t_1} v \cdot dt,$$

или, интегрируя по частям:

$$h_1 = \left[ vt \right]_0^{t_1} - \int_0^{t_1} t \cdot dv = v_m \cdot t_1 - \int_0^{t_1} t \cdot w \cdot dt =$$

$$= v_m \cdot t_1 - w_1 \int_0^{t_1} f\left(\frac{t}{t_1}\right) t dt = v_m \cdot t_1 - w_1 \cdot t_1^2 \int_0^1 f(\tau) \cdot \tau d\tau.$$

Подставляя сюда вместо  $t_1$  его значение (2), получим:

$$h_1 = \frac{v_m^2}{w_1} \cdot \left[ \xi - \xi^2 \int_0^1 f(\tau) \cdot \tau d\tau \right],$$

или:

$$h_1 = \mu \frac{v_m^2}{w_1}, \dots \dots \dots (3)$$

где

$$\mu = \xi \left[ 1 - \xi \cdot \int_0^1 f(\tau) \cdot \tau d\tau \right]; \dots \dots \dots (4)$$

Применим формулы (1) и (4) для вычисления  $\xi$  и  $\mu$  на двух следующих примерах:

1) пусть

$$w = w_1 \left( 1 - \frac{t^n}{t_1^n} \right);$$

тогда:

$$f(\tau) = 1 - \tau^n;$$

$$\frac{1}{\xi} = \int_0^1 (1 - \tau^n) d\tau = \frac{n}{n+1} \quad \text{и} \quad \xi = \frac{n+1}{n}.$$

по формуле (4) имеем:

$$\mu = \frac{n+1}{n} \left[ 1 - \frac{n+1}{n} \int_0^1 (1 - \tau^n) \tau \cdot d\tau \right] = \frac{(n+1)(n+3)}{2n(n+2)}.$$

2) Пусть

$$w = w_1 \cdot \frac{\cos h\left(\frac{t}{t_1}\right) - a}{1 - a},$$

где

$$a = \cos h(1) = 1,5431.$$

Здесь

$$f(\tau) = \frac{1}{1-a} \left[ \cos h(\tau) - a \right].$$

По формуле (1) находим:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\xi} &= \frac{1}{1-a} \int_0^1 \left[ \cos h(\tau) - a \right] d\tau = \frac{1}{1-a} \left[ \int_0^1 \cos h(\tau) d\tau - a \right] = \\ &= \frac{1}{1-a} \left[ \sin h(\tau) \right]_0^1 - a = \frac{1}{1-a} \left[ \sin h(1) - \cos h(1) \right] = -\frac{1}{(1-a)e}. \end{aligned}$$

Отсюда

$$\xi = (a-1)e = 1,476.$$

Далее:

$$\begin{aligned} \int_0^1 f(\tau) \tau \cdot d\tau &= \frac{1}{1-a} \int_0^1 \left[ \cos h(\tau) - a \right] \tau d\tau = \\ &= \frac{1}{1-a} \left[ \int_0^1 \cos h(\tau) \cdot \tau d\tau - \frac{a}{2} \right]. \end{aligned}$$

интегрируя по частям, получим:

$$\int_0^1 \cos h(\tau) \cdot \tau d\tau = \left[ \sin h(\tau) \cdot \tau \right]_0^1 - \int_0^1 \sin h(\tau) d\tau = \\ = \left[ \sin h(\tau) \cdot \tau \right]_0^1 - \left[ \cos h(\tau) \right]_0^1 = \sin h(1) - \cos h(1) + 1 = 1 - \frac{1}{e}.$$

Следов.:

$$\int_0^1 f(\tau) \cdot \tau d\tau = \frac{1}{1-a} \left( 1 - \frac{1}{e} - \frac{a}{2} \right).$$

Теперь по формуле (4) находим:

$$\mu = \xi \left[ 1 + e \left( 1 - \frac{1}{e} - \frac{a}{2} \right) \right] = \frac{e\xi}{2} (2-a) = 0,917.$$

Рассмотрим теперь тот случай, когда ускорение является некоторой заданной функцией расстояния  $s$ . Пусть  $w = \varphi(w_1, h_1, s)$ , где  $h_1$  — высота подъема груза за период ускоренного движения, т. е. значение  $s$  при  $t = t_1$ . Как и в предыдущем случае из условия однородности функции  $\varphi$  найдем, что

$$w = w_1 \cdot f\left(\frac{s}{h_1}\right).$$

Заметив, что

$$w = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds} v,$$

получим:

$$v \frac{dv}{ds} = w_1 \cdot f\left(\frac{s}{h_1}\right),$$

откуда:

$$v dv = w_1 \cdot f\left(\frac{s}{h_1}\right) \cdot ds$$

и

$$v^2 = 2w_1 \int_0^s f\left(\frac{s}{h_1}\right) \cdot ds.$$

Полагая

$$\frac{s}{h_1} = \sigma, \text{ получим } ds = h_1 \cdot d\sigma$$

и

$$v^2 = 2h_1 w_1 \int_0^\sigma f(\sigma) d\sigma = 2h_1 w_1 \cdot F(\sigma),$$

где

$$F(\sigma) = \int_0^\sigma f(\sigma) d\sigma.$$

Для максимальной скорости  $v_m$  имеем:

$$v_m^2 = 2w_1 \int_0^{h_1} f\left(\frac{s}{h_1}\right) \cdot ds = 2h_1 w_1 \int_0^1 f(\sigma) \cdot d\sigma.$$

Вводя обозначение:

$$\frac{1}{\mu} = 2 \int_0^1 f(\sigma) \cdot d\sigma, \dots \dots \dots (5)$$

получим:

$$h_1 = \mu \frac{\mu_m^2}{\omega_1} \dots \dots \dots (6)$$

Для определения времени  $t_1$  имеем:

$$\frac{ds}{dt} = v = \sqrt{2h_1\omega_1} \cdot \sqrt{F(\sigma)},$$

откуда:

$$dt = \frac{ds}{\sqrt{2h_1\omega_1} \cdot \sqrt{F(\sigma)}} = \sqrt{\frac{h_1}{2\omega_1}} \cdot \frac{d\sigma}{\sqrt{F(\sigma)}}$$

и

$$t_1 = \sqrt{\frac{h_1}{2\omega_1}} \int_0^1 \frac{d\sigma}{\sqrt{F(\sigma)}}.$$

Заменяя здесь  $h_1$  его значением (6), получим:

$$t_1 = \frac{v_m}{\omega_1} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{2}} \int_0^1 \frac{d\sigma}{\sqrt{F(\sigma)}},$$

или:

$$t_1 = \xi \frac{v_m}{\omega_1}, \dots \dots \dots (7)$$

где

$$\xi = \sqrt{\frac{\mu}{2}} \cdot \int_0^1 \frac{d\sigma}{\sqrt{F(\sigma)}} \dots \dots \dots (8)$$

Формулы (5) и (8) являются общими формулами для коэффициентов  $\mu$  и  $\xi$  в том случае, когда ускорение задано в функции от расстояния.

Применим эти формулы к следующему примеру:

Пусть

$$w = \omega_1 \cdot \sin \frac{\pi}{2} \left( 1 - \frac{s}{h_1} \right),$$

Тогда

$$f(\sigma) = \sin \frac{\pi}{2} (1 - \sigma).$$

По формуле (5) находим:

$$\frac{1}{\mu} = 2 \int_0^1 \sin \frac{\pi}{2} (1 - \sigma) d\sigma = \frac{4}{\pi} \left[ \cos \frac{\pi}{2} (1 - \sigma) \right]_0^1 = \frac{4}{\pi}$$

и, следов.

$$\mu = \frac{\pi}{4}.$$

Далее:

$$F(\sigma) = \int_0^\sigma \sin \frac{\pi}{2} (1 - \sigma) d\sigma = \frac{2}{\pi} \cos \frac{\pi}{2} (1 - \sigma),$$

и по формуле (8):

$$\xi = \sqrt{\frac{\mu}{2}} \cdot \int_0^1 \frac{d\sigma}{\sqrt{\frac{2}{\pi} \cos \frac{\pi}{2} (1 - \sigma)}} = \frac{\pi}{4} \int_0^1 \frac{d\sigma}{\sqrt{\cos \frac{\pi}{2} (1 - \sigma)}}.$$

Для того, чтобы привести этот интеграл к эллиптическому интегралу 1-го рода, достаточно положить

$$\sin \frac{\pi}{4} (1 - \sigma) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi.$$

Тогда:

$$\cos \frac{\pi}{4} (1 - \sigma) = 1 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{4} (1 - \sigma) = 1 - \sin^2 \varphi = \cos^2 \varphi \quad \text{и}$$

$$-\frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} (1 - \sigma) d\sigma = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \varphi \cdot d\varphi, \quad \text{но}$$

$$\cos \frac{\pi}{4} (1 - \sigma) = \sqrt{1 - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi},$$

следов.

$$d\sigma = -\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{\cos \varphi \cdot d\varphi}{\sqrt{1 - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi}},$$

а потому:

$$\int_0^1 \frac{d\sigma}{\sqrt{\cos \frac{\pi}{2} (1 - \sigma)}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi}},$$

и следов.:

$$\xi = \frac{\sqrt{2}}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - \frac{1}{2} \sin^2 \varphi}}.$$

Пользуясь известным разложением в ряд эллиптического интеграла:

$$\int_0^{\pi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} = \frac{\pi}{2} \left[ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 k^2 + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 k^4 + \dots \right],$$

в котором в данном случае нужно положить  $k^2 = \frac{1}{2}$ , нетрудно вычислить величину  $\xi$ ; ограничиваясь тремя десятичными знаками, получим:  $\xi = 0,418 \pi$ .

Мне кажется, что изложенный способ определения коэффициентов  $\xi$  и  $\mu$  не лишен некоторого интереса во-первых вследствие его общности, а во-вторых потому, что он позволяет быстро находить эти коэффициенты, сводя задачу к вычислению квадратур. Если эти квадратуры не выражаются в элементарных функциях, то их можно вычислить с достаточной точностью, пользуясь обычными способами приближенного интегрирования, например разложением интеграла в ряд, как это указано в нашем последнем примере.

## Инвариантное преобразование уравнений Гамильтона

Ур-ния Гамильтона, или так называемые канонические ур-ния динамики, имеют, как известно, следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dq_i}{dt} &= \frac{\partial H}{\partial p_i} \\ \frac{dp_i}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial q_i} \end{aligned} \right\} i=1, 2, \dots, n \quad (1),$$

где  $q_1, q_2, \dots, q_n$  — обобщенные координаты,  $p_1, p_2, \dots, p_n$  — обобщенные импульсы,  $H$  — функция обобщенных координат, импульсов и времени (функция Гамильтона). Предполагая, что связи системы гомомны и не зависят явно от времени, мы будем иметь, что функция  $H$  будет функцией только обобщенных координат и импульсов:

$$H = H(q_1, q_2, \dots, q_n, p_1, p_2, \dots, p_n)$$

Для последующих выводов представим ур-ние (1) в другом виде, пользуясь скобками Пуассона, имеющими следующий смысл: если имеем две функции  $F$  и  $\Phi$

$$F = F(x_1, x_2, \dots, x_n, p_1, p_2, \dots, p_n)$$

$$\Phi = \Phi(x_1, x_2, \dots, x_n, p_1, p_2, \dots, p_n)$$

и составим выражение

$$\sum_{i=1}^{i=n} \left( \frac{\partial F}{\partial p_i} \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} - \frac{\partial \Phi}{\partial p_i} \frac{\partial F}{\partial x_i} \right),$$

то символ

$$(F, \Phi),$$

обозначающий эту сумму, называется символом или скобками Пуассона. Таким образом

$$(F, \Phi) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial F}{\partial p_i} \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} - \frac{\partial \Phi}{\partial p_i} \frac{\partial F}{\partial x_i} \right).$$

В теории ур-ний с частными производными  $p_1, p_2, \dots, p_n$  суть частные производные функции  $z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ :  $p_i = \frac{\partial z}{\partial x_i}$ ; но так

как в символе  $(\bar{F}, \Phi)$   $x_i$  и  $p_k$  рассматриваются как независимые переменные, то под  $x_i$  и  $p_k$  можно подразумевать какие угодно переменные. Отметим свойства символа Пуассона, которые понадобятся в дальнейшем:

$$(F, \Phi) = -(\Phi, F),$$

$$(F, F) = 0$$

Эти свойства очевидны; первое из них показывает, что с перестановкой функций знак скобки меняется на обратный.

Чтобы представить ур-нение (1) посредством скобок Пуассона, возьмем некоторую функцию  $F$  обобщения координат и импульсов

$$F = F(q_1, q_2, \dots, q_n, p_1, p_2, \dots, p_n)$$

и возьмем от нее производную по времени

$$\frac{dF}{dt} = \sum_i \left( \frac{\partial F}{\partial q_i} \frac{dq_i}{dt} + \frac{\partial F}{\partial p_i} \frac{dp_i}{dt} \right);$$

заменяя в правой части этого выражения  $\frac{dq_i}{dt}$  и  $\frac{dp_i}{dt}$  их значениями из ур-ний (1), получим:

$$\frac{dF}{dt} = \sum_i \left( \frac{\partial F}{\partial q_i} \frac{\partial H}{\partial p_i} - \frac{\partial F}{\partial p_i} \frac{\partial H}{\partial q_i} \right)$$

или

$$\frac{dF}{dt} = (F, H) \dots \dots \dots (2)$$

Пологая в этом ур-нении  $F = q_i$  и  $F = p_i$  получим ур-ния Гамильтона посредством скобок Пуассона

$$\left. \begin{aligned} \frac{dq_i}{dt} &= (q_i, H) \\ \frac{dp_i}{dt} &= (p_i, H) \end{aligned} \right\} (3)$$

Теперь задачу можно поставить следующим образом:

Найти преобразование обобщенных координат и импульсов, при которых скобки Пуассона сохраняют свой вид.

2. Для решения этой задачи найдем выражение для скобок Пуассона  $(F, H)$ , предполагая, что переменные  $q_i, p_k$  входят в функции  $F$  и  $H$  неявно, т. е. если

$$\begin{aligned} F &= F(a_1, a_2, \dots, a_n) \\ H &= H(a_1, a_2, \dots, a_n), \end{aligned}$$

где  $a_1, a_2, \dots, a_n$  — функции  $p_k$  и  $q_i$   $\left( \begin{matrix} i=1, 2, \dots, n \\ k=1, 2, \dots, n \end{matrix} \right)$

Имеем

$$(F, H) = \sum_i \left( \frac{\partial F}{\partial q_i} \frac{\partial H}{\partial p_i} - \frac{\partial F}{\partial p_i} \frac{\partial H}{\partial q_i} \right);$$

предположим, что из функций  $F$  и  $H$  только  $H$  есть неявная функция  $q_i$  и  $p_i$ , а в функции  $F$  эти переменные входят явно. Тогда

$$\begin{aligned} (F, H) &= \sum_i \left( \frac{\partial F}{\partial a_i} \sum_k \frac{\partial H}{\partial a_k} \frac{\partial a_k}{\partial p_i} - \frac{\partial F}{\partial p_i} \sum_k \frac{\partial H}{\partial a_k} \frac{\partial a_k}{\partial q_i} \right) = \\ &= \sum_i \sum_k \frac{\partial H}{\partial a_k} \left( \frac{\partial F}{\partial q_i} \frac{\partial a_k}{\partial p_i} - \frac{\partial F}{\partial p_i} \frac{\partial a_k}{\partial q_i} \right) = \sum_i \sum_k \frac{\partial H}{\partial a_k} (F, a_k), \end{aligned}$$

где  $(F, a_k)$  — скобки Пуассона для функций  $F$  и  $a_k$ .

Если теперь и  $F$  есть функция  $a_1, a_2, \dots, a_{2r}$ , то, применяя к символу  $(F, a_k)$  полученное выражение для  $(F, H)$ , будем иметь:

$$(F, H) = \sum_i \sum_k \frac{\partial H}{\partial a_k} \frac{\partial F}{\partial a_i} (a_i, a_k).$$

Развертывая сумму в правой части этого равенства, получаем:

$$\begin{aligned} (F, H) &= \sum_i \sum_k \frac{\partial H}{\partial a_k} \frac{\partial F}{\partial a_i} (a_i, a_k) = \\ &= \frac{\partial F}{\partial a_1} \cdot \frac{\partial H}{\partial a_1} (a_1, a_1) + \frac{\partial F}{\partial a_1} \frac{\partial H}{\partial a_2} (a_1, a_2) + \dots + \left( \frac{\partial F}{\partial a_1} \frac{\partial H}{\partial a_q} (a_1, a_q) + \right. \\ &+ \frac{\partial F}{\partial a_2} \frac{\partial H}{\partial a_1} (a_2, a_1) + \frac{\partial F}{\partial a_2} \frac{\partial H}{\partial a_2} (a_2, a_2) + \dots + \frac{\partial F}{\partial a_q} \frac{\partial H}{\partial a_q} (a_2, a_q) + \\ &\dots \dots \dots \\ &+ \left. \frac{\partial F}{\partial a_q} \frac{\partial H}{\partial a_1} (a_{q'}, a_1) + \frac{\partial F}{\partial a_q} \frac{\partial H}{\partial a_2} (a_{q'}, a_2) + \dots + \frac{\partial F}{\partial a_q} \frac{\partial H}{\partial a_q} (a_{q'}, a_q) \right) \end{aligned}$$

Все члены в правой части этого выражения, расположенные по диагонали слева направо, равны нулю, так как они содержат множителями скобки  $(a_k, a_k)$ , равные нулю. Что касается остальных, то их можно соединить попарно, замечая, что для каждого члена вида

$$\frac{\partial F}{\partial a_s} \frac{\partial H}{\partial a_t} (a_s, a_t)$$

найдется соответствующий член вида

$$\frac{\partial F}{\partial a_t} \frac{\partial H}{\partial a_s} (a_t, a_s)$$

или, так как с перестановкой функций скобки Пуассона меняют знак, этот соответствующий член будет

$$- \frac{\partial F}{\partial a_t} \frac{\partial H}{\partial a_s} (a_s, a_t)$$

Таким образом каждую пару членов предыдущего равенства можно написать в виде

$$\left( \frac{\partial F}{\partial a_s} \frac{\partial H}{\partial a_t} - \frac{\partial F}{\partial a_t} \frac{\partial H}{\partial a_s} \right) (a_s, a_t),$$

а всю сумму в правой части в виде:

$$\sum_i \sum_k \left( \frac{\partial F}{\partial a_i} \frac{\partial H}{\partial a_k} - \frac{\partial H}{\partial a_i} \frac{\partial F}{\partial a_k} \right) (a_i, a_k) \dots (4)$$

След.:

$$(F, H) = \sum_i \sum_k \left( \frac{\partial F}{\partial a_i} \frac{\partial H}{\partial a_k} - \frac{\partial H}{\partial a_i} \frac{\partial F}{\partial a_k} \right) (a_i, a_k) \dots (4)$$

Подразумевая теперь под переменными  $a_1, a_2, \dots, a_n$  новые обобщенные координаты и импульсы, которые обозначим соответственно через  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n, P_1, P_2, \dots, P_n$ , предположим, что они выражаются в зависимости от прежних переменных  $q_1, q_2, \dots, q_n, p_1, p_2, \dots, p_n$  следующим образом:

$$\begin{aligned} Q_i &= Q_i(q_1, q_2, \dots, q_n, p_1, p_2, \dots, p_n) \quad (i=1, 2, \dots, n) \\ P_k &= P_k(q_1, q_2, \dots, q_n, p_1, p_2, \dots, p_n) \quad (k=1, 2, \dots, n) \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} (F, H) &= \sum_i \sum_k \left( \frac{\partial F}{\partial Q_i} \frac{\partial H}{\partial P_k} - \frac{\partial H}{\partial Q_i} \frac{\partial F}{\partial P_k} \right) (Q_i, P_k) + \\ &+ \sum_i \sum_k \left( \frac{\partial F}{\partial Q_i} \frac{\partial H}{\partial Q_k} - \frac{\partial H}{\partial Q_i} \frac{\partial F}{\partial Q_k} \right) (Q_i, Q_k) + \\ &+ \sum_i \sum_k \left( \frac{\partial F}{\partial P_i} \frac{\partial H}{\partial P_k} - \frac{\partial H}{\partial P_i} \frac{\partial F}{\partial P_k} \right) (P_i, P_k) \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

Так как мы ищем инвариантное преобразование скобок  $(F, H)$ , то правая часть равенства (5) должна иметь вид  $\rho(F, H)$ , где  $\rho$  — постоянное число. Это можно получить, если подчинить функции  $Q_i, P_k$  условиям:

$$\left. \begin{aligned} (Q_i, Q_j) &= 0 \\ (Q_i, P_k) &= 0 \\ (P_i, P_k) &= 0 \\ (Q_i, P_j) &= \rho \end{aligned} \right\} \begin{aligned} i &= 1, 2, \dots, n \\ k &= 1, 2, \dots, n \end{aligned} \dots \dots \dots (6)$$

при этих условиях выражение (5) принимает вид:

$$(F, H) = \sum_i \left( \frac{\partial F}{\partial Q_i} \frac{\partial H}{\partial P_i} - \frac{\partial H}{\partial Q_i} \frac{\partial F}{\partial P_i} \right) \cdot \rho$$

или

$$(F, H_{sp}) = \rho(F, H) \dots \dots \dots (7)$$

т. е. при преобразованиях (6) символ  $(F, H)$  приобретает только некоторые множители  $\rho$  и есть инвариант. По ур-ниям (3) заключаем, что и ур-ния Гамильтона инвариантны при преобразованиях (6).

Преобразования (6) носят название касательных преобразований<sup>1)</sup>. Это название объясняется тем, что две касательных поверхности при преобразовании (6) переходят в другие поверхности, но сохраняют при этом прикосновение. Таким образом можно сказать, что ур-ния Гамильтона инвариантны по отношению к касательным преобразованиям.

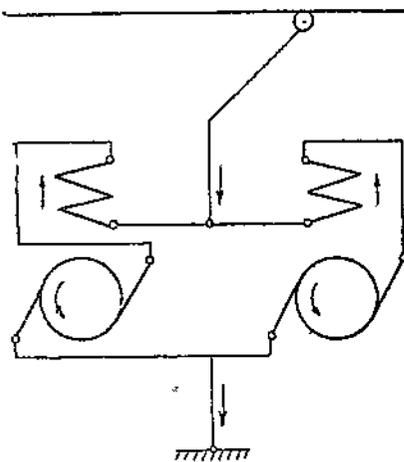
<sup>1)</sup> Sophus Lie, Theorie der Berührungstransformationen, Leipzig, zweiter Abschn.

# Электрическое торможение рудничных электро- возов

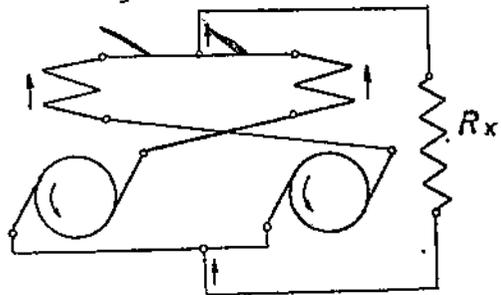
## 1. Физика процесса

В случае необходимости применения продолжительного торможения целесообразно заменить механическое торможение электрическим, т. к. продолжительное употребление тормозных колодок приводит к их быстрому срабатыванию и главное к преждевременному износу бандажей.

В условиях рудничной электровозной откатки продолжительное торможение имеет место при движении поезда под уклон. В этом случае и применяем электрическое торможение.



Фиг. 1



Фиг. 2

Оба серия-двигателя эл-воза, при двигательном режиме соединены по схеме 1, отключаем теперь от сети и соединив их между собой параллельно, замыкаем на сопротивление реостата  $R_x$  согласно

схеме 2. При этом двигатели превращаются в нагруженные генераторы, которые и создают тормозящий момент. При генераторном режиме вся энергия вырабатываемая эл. машинами тратится на нагревание реостата и машинных обмоток.

Сила движущая эл-воз под уклон и приложенная к ободу его колес определяется, как составляющая силы тяжести поезда параллельная уклону за вычетом сопротивлений, т. е.

$$F = (P + nG) (S - \mu_r) \dots \dots \dots 1,$$

где  $P$ —вес электровоза,  $n$ —число вагончиков,  $G$ —общий вес каждого вагончика,  $S$ —уклон,  $\mu_r$ —ходовое сопротивление.

Если при той скорости, которую имел эл.-воз в момент включения электрического торможения, окажется, что тормозящая сила  $F_T$ , развиваемая генераторами и приложенная также к ободу колес меньше движущей силы ( $F_T < F$ ), то эл.-воз будет двигаться ускоренно. В соответствии с этим будет увеличиваться ЭДС генерируемая в генераторах  $E_g$ , следовательно возрастет в цепи машин ток и увеличится тормозящий момент.

Это увеличение тормозящего момента будет происходить до тех пор пока тормозное усилие не сравняется с движущим. После чего наступит период равномерного движения.

Если бы оказалось, что в момент включения эл. торможения сила тормозящая движение была бы больше движущей ( $F_T > F$ ), то поезд начал бы замедлять свой ход, в соответствии с чем стала бы падать э. д. с. генераторов и уменьшился бы тормозной ток. В некоторый момент при определенной скорости снова бы наступило равновесие между тормозным и движущим усилиями, после чего скорость эл.-воза установилась бы постоянной.

В стремлении сил движущей и тормозной к равновесию и есть существо явления электрического торможения; выясненное на основании логики, оно подтверждается математическим анализом.

Роль реостата при электрическом торможении может быть выяснена на основании следующих рассуждений.

Если после установившегося равновесия увеличить сопротивление цепи якоря (ввести больше реостат), то ток моментально упадет, вследствие чего упадет тормозное усилие развиваемое генераторами и электровоз начнет двигаться быстрее, соответственно возрастет ЭДС, снова увеличится ток и будет возрастать тормозное усилие, которое, наконец, при новой большей скорости сравняется с движущим. Т. о. роль реостата сводится к управлению скоростью движения поезда.

Прежде чем перейти к выявлению математических связей при электрическом торможении укажем еще на то, что скорость поезда применением только электрического торможения никогда не может быть доведена до нуля, т. к. в состоянии покоя генераторы не вырабатывают тока и следовательно не создают тормозного момента ( $F_T = 0$ ).

Далее заметим, что во избежание перемагничивания индукторов моторов, возможного вследствие перемены направления тока при переходе на генераторный режим, обмотки индукторов необходимо переключать, как это видно из сравнения схем 1 и 2<sup>1)</sup>.

## 2. Скоростная характеристика при генераторном режиме и ее построение по скоростной х-ке двигательного режима

Скоростную характеристику при генераторном режиме, т. е. кривую выражающую зависимость скорости эл. воза от тока якоря, строим также, как и при двигательном режиме, для одной машины, при том замкнутой накоротко, так что сопротивление всей цепи якоря можно принять равным внутреннему сопротивлению машины  $R_a$ .

<sup>1)</sup> Показанное на схеме 2 перекрестное соединение катушек сериес генераторов обеспечивает их устойчивую работу. Устойчивую работу дает также схема, изображенная на фиг. 5 (последовательное соединение генераторов и схема, в которой генератор каждый отдельно замыкается на свой реостат).

Число оборотов генератора необходимое для генерирования эдс  $E_2$ , которая вызовет ток  $J$ , может быть определено по известной формуле:

$$n_2 = C_1 \frac{E_2}{\Phi} \dots \dots \dots 2, \text{ где } C_1 \text{— постоянная машины,}$$

равная  $60 \cdot 10^8 \frac{a}{pN}$ , а  $\Phi$  магнитный поток полюсов.

$$\text{Т. к. } E_2 = IR_o \dots \dots \dots 3, \text{ то}$$

$$n_2 = C_1 \frac{IR_o}{\Phi} \dots \dots \dots 4.$$

Магнитный же поток  $\Phi$  есть функция тока, именно

$$\Phi = C_2 \mu I \dots \dots \dots 5,$$

где  $\mu$  — магнитная проницаемость, а  $C_2$  — постоянная величина равная

$$\frac{0,4\pi W Q}{l} \text{ (} W \text{— витки, } Q \text{— сечение). Таким образом:}$$

$$n_2 = C_1 \frac{IR_o}{\mu IC_2} = C_3 \frac{R_o}{\mu} \dots \dots \dots 6.$$

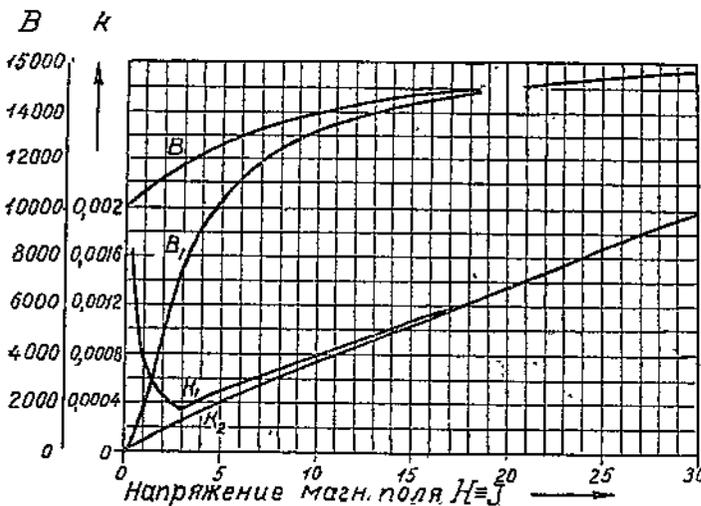
Скорость же электровоза при этом очевидно будет равной:

$$V_2 = C_4 n_2 = cR_o \frac{1}{\mu} \dots \dots \dots 7,$$

или, обозначив  $\frac{1}{\mu}$  через „ $k$ “ — удельное магнитное сопротивление, окончательно получим:

$$V_2 = cR_o k \dots \dots \dots 8.$$

Это уравнение и представляет собой уравнение скоростной характеристики, т. к. удельное магнитное сопротивление „ $k$ “ есть функция



Фиг. 3

тока. На фиг. 3 изображена зависимость магнитной индукции „ $B$ “, а также удельного магнитного сопротивления „ $k$ “ от тока для одного сорта стали, для двух случаев намагничивания: первичного — „ $B_1$ “ и „ $k_1$ “ и повторного — кривые „ $B_2$ “ и „ $k_2$ “.

Характер скоростной характеристики, как следует из уравнения 8,

должен быть подобен кривой  $k = f(I)$  для повторного намагничивания. Что касается кривой  $k_1 = f(I)$ , то для скоростной характеристики она

не имеет места, т. к. полюса генератора имеют остаточный магнетизм, кривая же  $k_1 = f(I)$  снята для ранее совершенно немагнитиваемой стали.

Т. о. характер скоростной характеристики целиком определяется магнитными свойствами железа индукторов машины, что между прочим, справедливо и для скоростной характеристики при двигательном режиме.

Кроме того, из уравнения скоростной характеристики (8) следует также, что при одном и том же токе, но различном сопротивлении введенного в цепь якоря реостата скорость эл.-воза различна, именно она изменяется прямо пропорционально сопротивлению<sup>1)</sup>.

При чем, при новом сопротивлении характер кривой несколько меняется—с изменением сопротивления реостата „ $R_x$ “ кривая скорости меняет крутизну и перемещается в положительном или отрицательном направлении оси ординат (фиг. 4). Из вышеизложенного вполне очевидна роль реостата при генераторном торможении.

Для практического построения скоростной характеристики генераторного режима очень удобно пользоваться скоростной характеристикой двигательного режима

$$V_d = f(J),$$

тем более, что последние имеются в каталогах по эл.-возам.

При этом следует разрешить такой вопрос: какова должна быть ордината скорости электровоза для генераторного режима при определенном токе, если скорость эл.-воза при двигательном режиме и том же токе известна и равна  $V_d$ ?

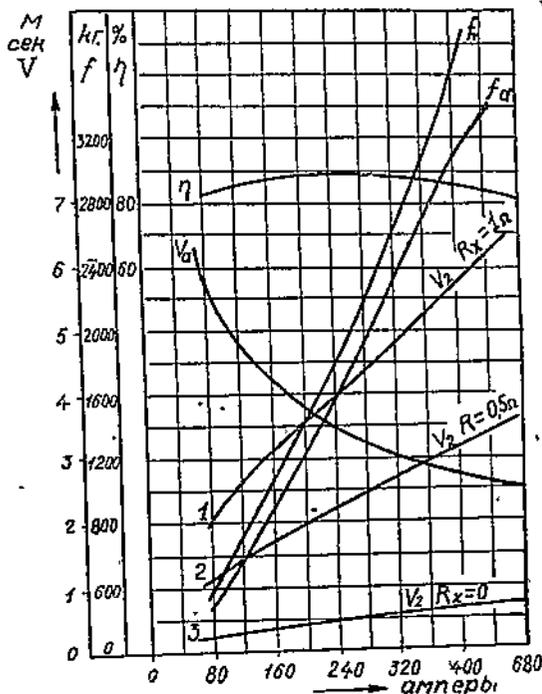
Т. к. для двигательного режима число оборотов двигателя согласно известной формуле равно:

$$n_d = C_1 \frac{E_d}{\Phi} \dots \dots \dots 9, \text{ где } E_d \text{—противо эдс}$$

двигателя равная

$E_d = E_k - JR_o \dots \dots \dots 10$ , где  $E_k$ —напряжение контактной сети, а число оборотов для генераторного режима

$$n_2 = C_1 \frac{E_2}{\Phi} \dots \dots \dots 2,$$



Фиг. 4

<sup>1)</sup> При двигательном режиме эта пропорциональность обратная.

то поделив р-во 9 на р-во 2 найдем, что

$$\frac{n_A}{n_2} = \frac{E_A}{E_2},$$

или т. к.  $\frac{n_A}{n_2} = \frac{V_A}{V_2}$ , то получим, что

$$\frac{V_A}{V_2} = \frac{E_A}{E_2}, \text{ откуда } V_2 = V_A \frac{E_2}{E_A} \dots \dots \dots 12.$$

Подставляя в формулу 12 вместо  $E_2$  и  $E_A$  их значения из формул 3 и 10 найдем окончательный ответ:

$$V_2 = V_A \frac{J R_0}{E_k - J R_0} \dots \dots \dots 13.$$

На основании этого уравнения и построена скоростная характеристика на фиг. 4 для эл.-воза э-да „Динамо“ с двигателем типа НМ 829 (кривая 3). При введении в цепь якоря добавочного сопротивления  $R_x$  скорость эл. воза при  $J = const$  увеличится. Численное же значение ее может быть определено согласно очевидной ф-ле:

$$V_2 = V_A \frac{J(R_0 + R_x)}{E_k - J R_0} \dots \dots \dots 14.$$

В точке пересечения скоростных х-к при тормозном и двигательном режиме  $V_2 = V_A$  и тогда, согласно р-ву 14,

$$E_k - J R_0 = J(R_0 + R_x), \text{ откуда}$$

$$R_x = \frac{E_k}{J} - r R_0 \dots \dots \dots 15.$$

Эта ф-ла определяет сопротивление реостата в цепи якоря одной машины работающей самостоятельно для частного случая — случая р-ва скоростей при генераторном и двигательном режиме.

На основании ф-лы 14 на фиг. 4 построены две скоростные характеристики эл.-воза при генераторном режиме для сопротивлений  $R_x$  в 0,5  $\Omega$  и 1  $\Omega$  (кривые 2 и 1).

### 3. Тормозная характеристика

Тормозную х-ку, как и тяговую х-ку при двигательном режиме, строим для одной машины, считая что на долю одного генератора приходится создание половинной тормозной силы при равновесии равной:

$$f_T = \frac{F_T}{2} = \frac{F}{2} = f \dots \dots \dots 16.$$

Электрическая мощность, которая при генераторном режиме тратится исключительно на нагревание всей цепи якоря, и которая при учете соответствующих потерь равна мощности сообщаемой движущейся массой поезда колесу эл.-воза, может быть определена как произведение:

$$E_2 J = \frac{f V_2}{0,102} \eta_3 \eta_m \text{ watt} . . . . . 17,$$

где  $\eta_3$  —  $kn_A$  зубчатой передачи,  $\eta_m$  —  $kn_A$  генератора, откуда движущее усилие  $f$ , равное при равновесии тормозному, будет:

$$f = f_T = \frac{0,102 E_2 J}{\eta_3 \eta_m V_2} . . . . . 18.$$

Это ур-ние и есть ур-ние тормозной характеристики. Другой его вид может быть получен на основании р-в 8 и 3 именно:

$$f_T = \frac{0,102 J^2}{C k \eta_3 \eta_m} . . . . . 19,$$

откуда видно, что тормозное усилие зависит исключительно от тока <sup>1)</sup>.

#### 4. Построение характеристики тормозных усилий по тяговой характеристике двигательного режима

Практически построение тормозной х-ки удобнее производить пользуясь тяговой х-кой двигательного режима.

Способом аналогичным предыдущему (§ 3) можно доказать, что ур-ние тяговой х-ки будет:

$$f_A = \frac{0,102 J E_k}{V_A} \eta_3 \eta_m . . . . . 20,$$

где  $f_A$  — тяговое усилие на ободу колеса развиваемое одним двигателем. Поделив р-во 18 на р-во 20 и помня, что сравнение усилий производим при одном и том же токе, получим:

$$\frac{f_T}{f_A} = \frac{E_2 10,102 V_A}{V_2 \eta_3 \eta_m E_k J 0,102 \eta_3 \eta_m},$$

но т. к.  $V_2 = V_A \frac{E_2}{E_A}$ , то  $\frac{f_T}{f_A} = \frac{E_A}{E_k \eta_3^2 \eta_m^2}$ ,

откуда, помня р-во 10, получим  $f_T = \frac{f_A (E_k - J R_0)}{E_k \eta_3^2 \eta_m^2} . . . . . 21.$

Пользуясь этим уравнением, тяговой характеристикой и кривой  $kn_A$  нанесенными на характеристике двигательного режима строим тормозную характеристику.

Подобным образом построена тормозная характеристика на диаграмме 4 для эл.-воза с мотором типа *HM 829* (кривая  $f_T$ ).

На фигуре 4 представлены кроме того х-ки как двигательного, так и генераторного режима.

Рассмотрение х-к генераторного режима подтверждает высказанные ранее (§ 1) соображения о физике процесса электрического торможения и роли реостата при нем.

<sup>1)</sup> Остальные переменные величины, входящие в уравнение 19:  $k$ ,  $\eta_m$  также зависят только от тока.

## 5. Расчет сопротивления реостата

Для определения величины сопротивления реостата необходимого для достижения определенной скорости эл-воза при данном тормозном усилии и соответствующем ему токе пользуемся ур-ем 14, которое решаем относительно  $R_x$ :

$$R_x = \frac{V_2(E_k - JR_0)}{V_x J} - R_0 \dots \dots \dots 22.$$

Задавшись желаемой скоростью движения  $V_2$  и определив по тормозной х-ке ток, при котором генератор развивает необходимое тормозное усилие  $f_T = \frac{F_T}{2} = \frac{F}{2}$ , находим по скоростной характеристике дви-

гательного режима скорость  $V_x$  (для того же тока), после чего, пользуясь ф-лой 22, определяем сопротивление реостата тормозного управления.

Если в процессе движения эл-воза изменится уклон, то чтобы найти то сопротивление, которое при этом необходимо включить в цепь якоря машины, чтобы получить заданную скорость  $V_2$ , можно пользоваться также ф-лой 22 предварительно найдя новое тормозное усилие, новый ток и новую скорость  $V_x$ .

Нужно помнить, что ур-ние 22 было выведено для случая отдельно работающих генераторов. В цепь каждого из них и нужно включать  $R_x$ .

Но когда оба генератора соединены параллельно и вместе работают на реостат (схема 2), то сопротивление реостата нужно подбирать по следующей ф-ле:

$$R_x = \frac{V_2(E_k - JR_0)}{2 V_x J} - \frac{R_0}{2} \dots \dots \dots 23.$$

Действительно, для того, чтобы при параллельном соединении генераторов через каждый из них протекал тот же ток, что и при самостоятельной работе машин — ток необходимый для создания прежней величины  $f_T$ , необходимо включаемое сопротивление реостата уменьшить в два раза, ибо если бы мы оставили сопротивление прежним, то, т. к. напряжение на клеммах реостата от параллельного соединения машин не изменилось, то и ток проходящий через сопротивление остался бы прежним, а он при параллельном соединении равен сумме токов каждого генератора, следовательно, ток каждого генератора должен уменьшится в 2 раза.

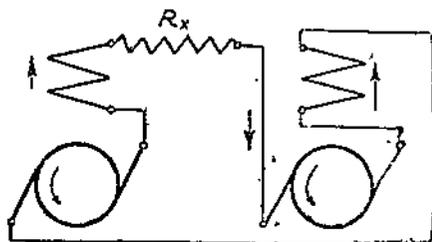
При последовательном соединении машин (фиг. 5) сопротивление реостата должно быть удвоено в сравнении с сопротивлением его при самостоятельной работе машины и может быть определено по ф-ле 24:

$$R_x = 2 \frac{V_2(E_k - JR_0)}{V_x J} - 2 R_0 \dots \dots \dots 24.$$

Если при тормозном режиме пользоваться пусковым реостатом, то по ф-лам 22, 23, 24 можно, очевидно, определить те скорости, которые будет иметь электровоз при включении различных ступеней реостата при различной комбинации соединения машин.

Если скорости получаются приемлемыми, то пусковой реостат может служить также реостатом управления при электрическом торможении.

Однако, необходимо иметь в виду, что в тех случаях, когда пусковой реостат рассчитан только на время пуска и пусковую силу тока, применение его для продолжительной работы при электрическом торможении может быть допущено лишь после получения положительных результатов проверки реостата на перегрев.



Фиг. 5

Если окажется, что реостат при тормозном токе не нагреваясь может работать лишь в течение небольшого отрезка времени, то в этом случае можно применить кратковременное электрическое при- тормаживание, что правда, сопряжено с неравномерным ходом электроваза.

## 6. Порядок расчета электрического торможения.

Порядок расчета электрического торможения виден из решения следующего примера:

Контактный электроваз типа 4—СР—6 весом 12 т с 2-мя моторами типа НМ—829 и составом поезда из 16-ти вагонеток с общим весом 3170 кг. каждый вступает на квершлаг со скоростью  $4 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$ . Квершлаг имеет два уклона  $S' = 0,04$ ,  $S'' = 0,02$ . Скорость на квершлаг желательно получить в  $4 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$ . Внутр. сопротивление машины

$R_0 = 0,11 \Omega$ . Напряжение контактной сети  $E_k = 250 \text{ в}$ . Возможно ли осуществить заданную скорость и что надо для этого сделать?

1. Определяем тормозные усилия, которые должен развивать эл-ваз на участке с уклоном  $S'$ , согласно ф-ле 1:

$$F'_T = F' = (P + nG) (S' - \mu_r);$$

$$\mu_r = 0,012 \text{ (как для роликовых подш.)}$$

$$F'_T = (12000 + 16 \cdot 3170) (0,04 - 0,012) = 1750 \text{ кг.}$$

Тормозное усилие, приходящееся на один генератор:

$$f'_T = \frac{F'_T}{2} = \frac{1750}{2} = 875 \text{ кг.}$$

На участке с уклоном  $S''$ :

$$F''_T = (P + nG) (S'' - \mu_r);$$

$$F''_T = (12000 + 16 \cdot 3170) (0,02 - 0,012) = 560 \text{ кг.}$$

Тормозное усилие приходящееся на один генератор:

$$f''_T = \frac{F''_T}{2} = \frac{500}{2} = 250 \text{ кг.}$$

Применим электрическое торможение.

2. Строим тормозную х-ку для двигателя *HM 829*, пользуясь тяговой х-кой, взятой по каталогу (фиг. 4) и ф-лой 21:

<i>NN</i>	<i>J</i>	<i>f<sub>A</sub></i>	<i>E<sub>k</sub>—JR<sub>0</sub></i>	<i>η<sub>s</sub>η<sub>m</sub></i>	<i>F<sub>T</sub></i>
1	80	275	241,2	0,62	396
2	160	876	232,4	0,88	1056
3	240	1540	223,0	0,88	1775
4	320	2320	214,8	0,87	2700
5	400	3060	206,0	0,83	3680

$$F_T = \frac{f_A (E_k - JR_0)}{E_k \eta_s \eta_m^2};$$

3. По тормозной х-ке находим

$$\text{при } f'_T = 875 \text{ кг, } J' = 140 \text{ А и } V'_A = 4,3 \frac{\text{м}}{\text{сек.}}$$

При движении по уклону *S''* получаем тормозное усилие *F''<sub>T</sub>* очень малым (250 кг)—на х-ке оно даже не нанесено, поэтому тормозим одним мотором, так что на него приходится все усилие равное

$$F'_T = 500 \text{ кг.}$$

и при этом усилии

$$J'' = 90 \text{ А; } V_A = 5,05 \frac{\text{м}}{\text{сек.}}$$

4. Определяем сопротивление реостата.

Для участка с уклоном *S'* (машины работают параллельно)

$$R_x' = \frac{V_2 (E_k - J' R_0)}{2 V_A J'} - \frac{R_0}{2},$$

$$R_x' = \frac{4 (250 - 140 \cdot 0,11)}{2 \cdot 4,3 \cdot 140} - \frac{0,11}{2} = 0,725 \Omega;$$

для участка с уклоном *S''* (работает один генератор) при скорости

$$V_2 = 4 \frac{\text{м}}{\text{сек.}}$$

$$R_x'' = \frac{V_2 (E_k - J'' R_0)}{V_A J''} - R_0;$$

$$R_x'' = \frac{4 (250 - 90 \cdot 0,11)}{5,05 \cdot 90} - 0,11 = 2,165 \Omega.$$

Таким образом, чтобы обеспечить скорость на квершлага  $V_2 = 4 \frac{м}{сек.}$  необходимо на уклоне  $S'$  включать генераторы параллельно на сопротивление  $R'_x = 0,725 \Omega$ , а при уклоне  $S''$  включать один генератор на сопротивление  $R''_x = 2,165 \Omega$ ).

Полученных данных (величин тока, сопротивлений, схемы соединения генераторов) вполне достаточно, чтобы сконструировать реостат и контроллер.

## 7. Применение электрического торможения в период останова поезда

Процесс останова.

В некоторых случаях, например, при больших уклонах, когда эл-воз спускается с большой скоростью, целесообразнее закончить движение эл-воза предварительным снижением его скорости с помощью эл-кого торможения и затем остановом механическим тормазом.

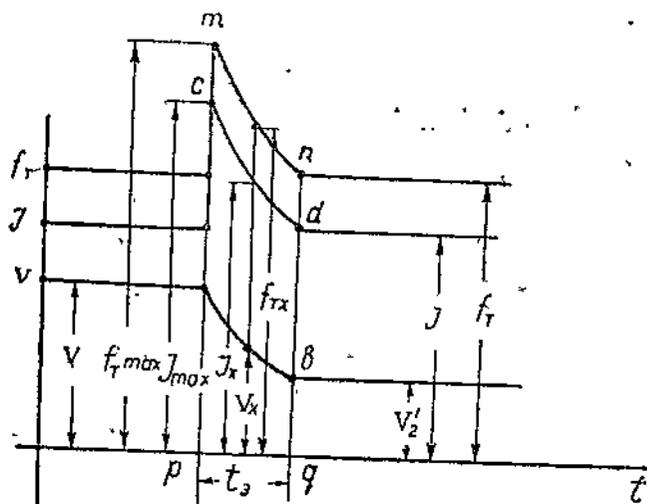
При этом путь, проходимый составом за период останова может быть значительно уменьшен в сравнении с расстоянием останова при только колодковом торможении.

Снижение скорости эл-воза при электрическом торможении, как уже было показано, может быть осуществлено выведением реостата.

При уменьшении сопротивления реостата с величин  $R_x$  до  $R'_x$  скорость эл-воза упадет от  $V_2$  до  $V'_2$  одновременно с изменением скорости будет изменяться ток и следовательно тормозное усилие развиваемое генераторами, почему процесс перепада скоростей можно назвать неустановившимся состоянием эл-воза.

Физика неустановившегося режима представляется следующим образом (см. фиг. 6).

В момент включения в цепь машин движущегося под уклон эл-воза со скоростью  $V_2$  нового сопротивления  $R'_x < R_x$  (точка „р“ на фиг. 6) ток цепи якоря мгновенно возрастет до своего максимального значения  $J_{max}$ , вследствие чего также увеличится тормозное усилие до  $f_{Tmax} > f$ , что вызовет падение скорости эл-воза (известная кривая „ав“ на диаграмме 6) и следовательно падение генерируемой э. д. с.



Фиг 6

1) Торможение одним мотором при наличии двух, вообще говоря, неравномерно, однако, в данном случае оно является единственным средством для осуществления заданной скорости в 4 м/сек. (если не считать механического торможения).

Последнее приведет к понижению тока цепи якоря и следовательно уменьшению тормозного усилия: (кривые „mn“ и „cd“).

Когда эл-воз достигнет скорости  $V_2' < V_0$ , с которой он и будет продолжать свой путь, ток в цепи якоря примет свое прежнее значение и тормозное усилие снова сравняется с движущим.

### Определение времени и пути останова

Время, за которое осуществится перепад скорости от  $V_2$  до  $V_2'$  ( $t_a$ ) могло бы быть определено из дифференциального ур-ия („ур-ия движения поезда“):

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{F - F_{T_x}}{M(1 + \gamma)} \dots \dots \dots 25^1),$$

где „F“ — попрежнему, постоянное движущее усилие (ф-ла 1), „M“ — масса движущего состава, а  $F_{T_x}$  — текущее значение общего тормозного усилия, (при двух двигателях на эл-возе равно  $2f_{T_x}$ ), которое для разрешения ур-ия 25 относительно  $t$  должно быть представлено в виде функции от скорости

Однако,  $f_{T_x} = \varphi(v_x)$  аналитически точно найдена быть не может. Дело в том, что тормозное усилие зависит от тока и хотя эта зависимость  $f_{T_x} = \varphi_1(J_x)$  и известна (ур-ие 18 и 19), но, как показывает ур-ие 8 косвенно связывающее ток и скорость, точная аналитическая зависимость между током и скоростью  $J_x = \varphi_2(v_x)$  установлена быть не может (еще не известен закон  $k = \varphi_3(J)$  — имеются лишь опытные кривые). Поэтому не может быть найдена и  $f_{T_x} = \varphi(v_x)$ . Отсюда заключаем, что точно аналитически решить ур-ие 25 вообще нельзя.

Ниже предлагается несколько приближенный, однако, как будет видно дальше, для практики вполне пригодный и простой метод определения периода и расстояния останова.

Процесс останова, изображенный в координатах времени на фигуре 6, может быть представленным в координатах тока (фиг. 7).

На фиг. 7 нанесены тормозная х-ка (кривая  $f_T$ ), а также три скоростные х-ки двигателя эл-воза при генераторном режиме, построенные 1) для случая сопротивления реостата  $R_x$ , 2) для сопротивления реостата  $R_x'$  и 3) при выключенном реостате и замкнутом генераторе (автоматическая х-ка).

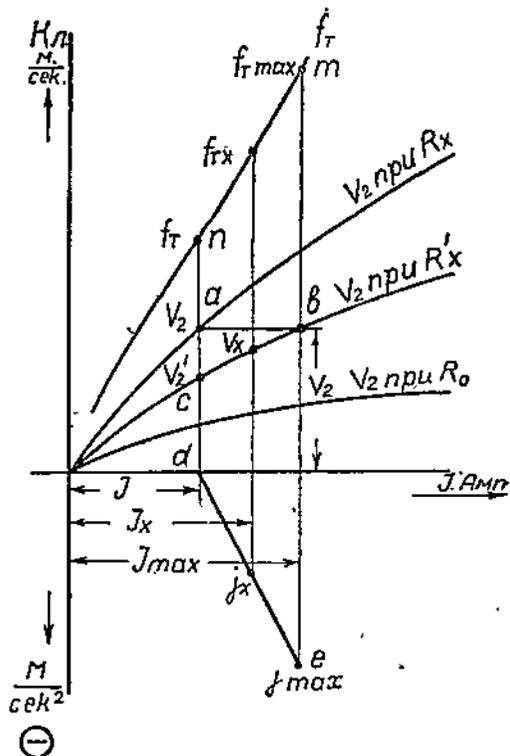
	У с л о в и я	$1 + \gamma$
Груженный поезд	При благоприятных тяговых условиях . .	1,04
	„ неблагоприятн. „ . .	1,05
Порожний поезд	при благоприятных тяговых условиях . .	1,1
	„ неблагоприятн. „ . .	1,12

<sup>1)</sup> Ур-ие 25 представляет известное ур-ие Даламбера для поступательно движущейся системы. Коэф.  $(1 + \gamma)$  учитывает инерцию вращающихся частей эл-поезда и согласно указаниям проф. Тимофеева В. А. может быть принятым: .

В самое 1-ое мгновение включения нового сопротивления (т. е. в момент, которому на диаграмме 6 соответствует точка „р“) скорость эл-воза еще не успела измениться, однако эл-воз перешел со скоростной х-ки 1 на х-ку 2, т. е., если при сопротивлении  $R_x$  для первоначального состояния эл-воза была характерна точка „а“ на скоростной х-ке 1, соответствующий ей ток  $J$  и тормозное усилие  $f_T$ , то в 1-е мгновение включения сопротивления  $R_x'$  состояние эл-воза характеризуется точкой „в“ (х-ка 2) и следовательно током  $J_{max}$  и тормозным усилием  $f_{Tmax}$ . Величины последних в дальнейшем и будем определять по диаграмме.

В последующие мгновения скорость убывает по кривой „bc“ до своего значения  $V_3'$ , соответственно скорости падает ток до прежней величины и по кривой „mn“ падает тормозное усилие до  $f_T = f$ .

Каждому значению тормозного усилия от  $f_{Tmax}$  и до  $f_T$  соответствует свое, в данном случае отрицательное ускорение, текущее значение которого может быть определено по несколько преобразованной ф-ле 25:



Фиг. 7

$$j_x = \frac{2(f - f_{T_x})g}{(P + nG)(1 + \gamma)} \dots \dots \dots 26,$$

где  $f$ , как и прежде, постоянное движущее усилие, приходящееся на один генератор, а  $f_{T_x}$  — текущее значение тормозного усилия развиваемого одним генератором.

Пользуясь ур-ем 26 и тормозной х-кой можно построить кривую изменения ускорения в зависимости от изменения тока (кривая „de“ на фиг. 7), для чего необходимо по тормозной х-ке находить значения  $f_{T_x}$ , соответствующие текущим значениям тока  $J_x$  и подставляя их в ур-е 26 решать последнее относительно  $j_x$  т. н., при  $J_x = J_{max}$ ,  $f_{T_x} = f_{Tmax}$  и

$$j_x = j_{max} = \frac{2(f - f_{Tmax})g}{(P + nG)(1 + \gamma)} \dots \dots \dots 27,$$

а при  $J_x = J$ ,  $f_{T_x} = f$  и, согласно ф-ле 26,  $j_x = 0$ .

Как следует из рассмотрения тормозных х-к различных типов эл-возов, кривые  $f_T = \varphi_1(J)$  на коротком участке „mn“ можно с достаточной для расчета точностью принять за прямые, следовательно

прямыми можно считать и кривые  $j_x = \varphi_2(J)$ . Также за прямые принимаем, практически мало отличающиеся от таковых, кривые скорости  $v_x = \varphi_3(J)$  (все также для небольшого участка, заключенного между ординатами „me“ и „nd“).

Составим ур-ия прямых  $j_x = \varphi_2(J)$  и  $v_x = \varphi_3(J)$  (участок „вс“). Из чертежа (фиг. 7) очевидно:

$$1) \frac{j_x}{j_{max}} = \frac{J_x - J}{J_{max} - J}, \text{ откуда: } j_x = \frac{(J_x - J) j_{max}}{J_{max} - J} \dots 28,$$

$$2) \frac{v_x - v_2'}{v_2 - v_2'} = \frac{J_x - J}{J_{max} - J} \dots 29$$

Из сравнения р-в 28 и 29 находим:

$$i_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{v_x - v_2'}{v_2 - v_2'} j_{max} \dots 30.$$

Откуда:

$$dt = \frac{v_2 - v_2'}{j_{max}} \cdot \frac{dv_x}{v_x - v_2'} \dots 31.$$

Интегрируя дифференциальное ур-ие 31 находим время

$$t_3 = \frac{v_2 - v_2'}{j_{max}} \int \frac{dv}{v_x - v_2'} = \frac{v_2 - v_2'}{j_{max}} \ln (v_x - v_2') + C'$$

Значение постоянной интегрирования  $C'$  находим из начальных условий. Именно, приняв за начало отсчета времени момент включения нового сопротивления, видим, что при  $t_3 = 0$   $v_x = v_2$ , т. о. постоянная интегрирования получается равной:

$$C' = - \frac{v_2 - v_2'}{j_{max}} \ln (v_2 - v_2')$$

и следовательно:

$$t_3 = \frac{v_2 - v_2'}{j_{max}} \ln (v_x - v_2') - \frac{v_2 - v_2'}{j_{max}} \ln (v_2 - v_2'),$$

вынося за скобки  $\left( - \frac{v_2 - v_2'}{j_{max}} \right)$  получим:

$$t_3 = - \frac{v_2 - v_2'}{j_{max}} [\ln (v_2 - v_2') - \ln (v_x - v_2')] \text{ или:}$$

$$t_3 = - \frac{v_2 - v_2'}{j_{max}} \ln \frac{v_2 - v_2'}{v_x - v_2'} \dots 32.$$

Анализируя уравнение 32 видим, что время перепада скоростей от  $v_2$  до  $v_2'$  равно бесконечности<sup>1)</sup>. Это показывает, что теоретически эл-воз никогда не может достичь нижнего предела своей скорости, определяемого сопротивлением реостата  $R_x'$ . Однако, заранее можно догадаться, что несколько большего значения скорости нежели  $v_x = v_2'$

1) Принимаем  $v_x = v_2'$ , след.  $\ln \frac{v_2 - v_2'}{v_2' - v_2'} = \ln \infty = \infty$  и  $t_3 = \infty$  знак „-“ пропадает, т. к.  $j_{max}$  при замедлении — отрицательно.

эл-воз достигнет за вполне реальное конечное время. Действительно из ур-ия 32 следует:

$$\ln \frac{v_2 - v_2'}{v_x - v_2'} = - \frac{t j_{max}}{v_2 - v_2'}$$

или,

$$\ln \frac{v_x - v_2'}{v_2 - v_2'} = \frac{t j_{max}}{v_2 - v_2'}$$

откуда:

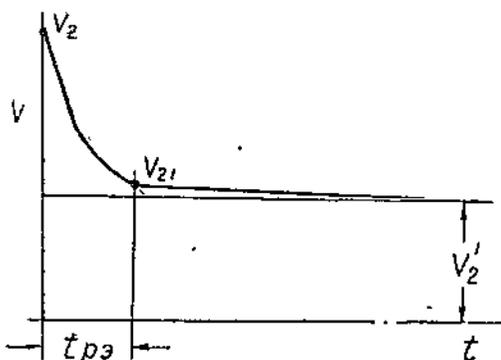
$$e \left( \frac{t j_{max}}{v_2 - v_2'} \right) = \frac{v_x - v_2'}{v_2 - v_2'} \dots \dots \dots 33,$$

т. е.:

$$v_x = (v_2 - v_2') e \left( \frac{t j_{max}}{v_2 - v_2'} \right) + v_2' \dots \dots \dots 34.$$

Это ур-ие показывает, что кривая  $v_x = \varphi(t)$  имеет свою асимптотойю прямую параллельную оси времени и отстоящую от нее на расстоянии равном  $v_2'$  (фиг. 8).

Как видно из характера этой кривой, конечным значениям времени соответствуют значения  $v_x$  очень близкие к  $v_2'$ .  
Путь, проходимый в период перепада скоростей может быть определен интегрированием вполне очевидного дифференциального ур-ия:



Фиг 8

$$dl = v_x dt$$

или:

$$dl = [(v_2 - v_2') e \left( \frac{t j_{max}}{v_2 - v_2'} \right) + v_2'] dt,$$

т. е.

$$l = \int (v_2 - v_2') e \left( \frac{t j_{max}}{v_2 - v_2'} \right) dt + \int v_2' dt =$$

$$= \frac{(v_2 - v_2')^2}{j_{max}} e \left( \frac{t j_{max}}{v_2 - v_2'} \right) + v_2' t + C''^1).$$

При  $t=0$ , пройденный путь  $l=0$ , поэтому:

$$C'' = \frac{(v_2 - v_2')^2}{j_{max}}$$

1)  $\int e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a} + c$

$$l = \frac{(v_2 - v_2')^2}{j_{max}} \left( e^{\left( \frac{t j_{max}}{v_2 - v_2'} \right)} - 1 \right) + v_2' t \quad \dots \quad 35$$

Из рассмотрения характера кривой скорости (фиг. 8) видно, что по достижении эл-возом некоторой определенной скорости  $v_x = v_{21} > v_2'$  не следует добиваться еще большего приближения  $v_x$  к  $v_2'$ , т. к. трата времени будет при этом бесполезной — снижение скорости еще на несколько сотых м/сек. потребует очень большого времени.

Т. о. ясно, что прекращать эл-ое торможение и переходить на механическое целесообразно при какой-то определенной скорости  $v_x > v_2'$ . Обозначим отношение:

$$\frac{v_2 - v_{x2}}{v_2 - v_2'} = a \quad \dots \quad 36.$$

Величина этого коэффициента может быть установлена из соображений двоякого рода. Во-первых, из соображений о величине наименьшей скорости  $v_x = v_{21}$ , до которой имеет смысл доводить эл-воз при использовании данного сопротивления.

Из ф-лы 36 следует что

$$v_x = v_2 - a (v_2 - v_2') \quad \dots \quad 37.$$

Подставляя это значение  $v_x$  в ур-ие 33, получим:

$$e^{\left( \frac{t j_{max}}{v_2 - v_2'} \right)} = \frac{v_2 - a (v_2 - v_2') - v_2'}{v_2 - v_2'} = 1 - a,$$

откуда:

$$a = 1 - e^{\left( \frac{t j_{max}}{v_2 - v_2'} \right)} \quad \dots \quad 38,$$

или:

$$a = 1 - e^u \quad \dots \quad 38a,$$

где

$$u = t \frac{j_{max}}{v_2 - v_2'} \quad \dots \quad 39.$$

Зависимость „а“ от „и“ изображена на фиг. 9<sup>1)</sup>,

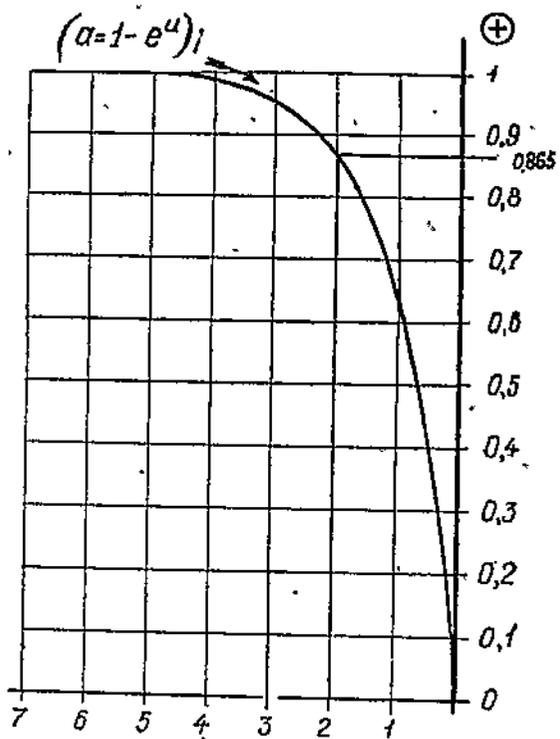
1) При построении графика имелось ввиду, что ускорение отрицательно.

Из рассмотрения нанесенного графика заключаем, что при значениях „и“ близких к нулю, малейшее приращение „и“ вызывает большое увеличение „а“, однако, начиная примерно с значения  $u = -2$ , при котором  $a = 0,865$ , величина „а“ от приращения „и“ возрастает гораздо меньшей интенсивностью, „и“ согласно ур-ию 37, также с меньшей интенсивностью убывает скорость эл-воза. Т. о. значение  $a = 0,865$  определяет тот предел скорости, до которого практически целесообразно доводить эл-воз.

Вторым соображением, которое может быть положено в основу при определении наиболее выгоднейшего значения коэф. перепада скоростей „а“ является следующее.

Применение электрического торможения в период останова имеет смысл в тех случаях, когда путь, проходимый электровозом при останове воздействием только одного механического тормоза оказывается недопустимо большим.

Действительно, как следует из диаграммы 10, на которой изображены в функции времени замедления, развиваемые механическим тормозом ( $J_{тк}$ ) и электрическим (кривая „ab“<sup>1)</sup>), электрическое торможение, т. к. дает большее замедление имеет преимущество перед механическим. Однако, это преимущество сказывается лишь на отмеченном отрезке времени  $t_{рз}$ , по истечении которого торможение колодками дает больший эффект нежели торможение генераторами, которое, следовательно, теряет свое превосходство.



$$u = t \frac{j_{max}}{Ve - Ve'}$$

Фиг. 9

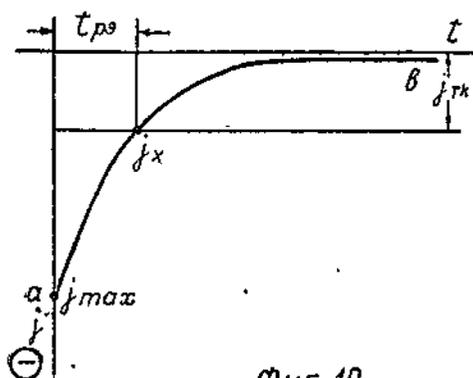
$$j_x = j_{max} e^u \dots \dots \dots 34a.$$

<sup>1)</sup>  $j_x = \varphi(t)$  есть логарифмическая кривая, действительно:

$$j_x \frac{dv_x}{dt} = \frac{d[(v_2 - v_2') e^{\left(\frac{t j_{max}}{v_2 - v_2'}\right) + v_2']}{dt} =$$

$$= j_{max} e^{\left(\frac{t j_{max}}{v_2 - v_2'}\right)} = j_{max} e^u;$$

Т. о. границей целесообразного применения электрического торможения в период останова, следует считать момент, при котором  $j_{тк} = j_x$ , где  $j_{тк}$  — замедление, которое можно достигнуть торможением колодками.



Фиг. 10

Если обозначить постоянную силу, тормозящую эл-воз при применении механического тормоза, через  $F_{тк}$ , то

$$j_{тк} = \frac{(F - F_{тк}) g}{(P + nG)(1 + \gamma)} \quad .40.$$

Тормозное усилие

$$F_{тк} = (P + nG) \sigma^2 \quad .41,$$

где удельное тормозное усилие:

$$\sigma = \frac{\delta P \tau}{P + nG} \quad .42$$

$\delta$  — коэф. нажатия тормозных колодок (0,7—0,8);

$\tau$  — коэф. трения тормозных колодок о бандажи; на основании ф-лы Ломоносова:

$$\tau = 0,2 + 0,0015 v_h \quad .43$$

$v_h$  — скорость в км/час, при которой начато торможение <sup>1)</sup>

Поэтому

$$j_x = j_{тк} = \frac{[(P + nG)(s - \mu_r) - (P + nG)] g}{(P + nG)(1 + \gamma)},$$

т. е.

$$j_x = \frac{(s - \mu_r - \sigma) g}{1 + \gamma} \quad .44.$$

Подставляя это значение  $j_x$  в ф-лу 30 и имея ввиду ур-ие 37, получим:

$$\frac{g(s - \mu_r - \sigma)}{1 + \gamma} = (1 - a) j_{max}$$

откуда:

$$a = 1 - \frac{g(s - \mu_r - \sigma)}{j_{max}(1 + \gamma)} \quad .45.$$

Вполне очевидно, что из значений „а“, определенных по двум указанным соображениям, следует выбирать наименьшее.

Время электрического торможения, по истечении которого целесообразно перейти к механическому тормозу или следующей ступени реостата может быть определено из ф-лы 39:

$$t_{рз} = u \frac{v_2 - v_2'}{j_{max}} \quad .(46),$$

<sup>1)</sup>  $V_h = 3,6 V_{21} \frac{\text{км}}{\text{час}}$ , для предварительного расчета можно принять  $V_{21} = 1,25 V_2'$  и тогда  $V_h = 1,25 \cdot 3,6 V_2' = 4,5 v_2' \frac{\text{км}}{\text{час}}$ .

<sup>2)</sup> См. Ф. Н. Шклярский, „Расчет рудничной эл-возной откатки“, стр. 11, 12. Изд. 1933 г. МГИ.

где „и“ в зависимости от „а“ находится по диаграмме 9 или вычисляется по ф-ле 38а.

Проходимый при этом путь согласно ф-л 35, 38 и 46 может быть определен, как

$$l = t_{\text{пр}} \left[ v_2' - \frac{a}{u} (v_2 - v_2') \right] \dots \dots \dots 47.$$

При  $a = 0,865$  и  $u = -2$  и тогда:

$$v_{21} = v_{2'} = 0,135 v_2 + 0,865 v_2' \dots \dots \dots 37а.$$

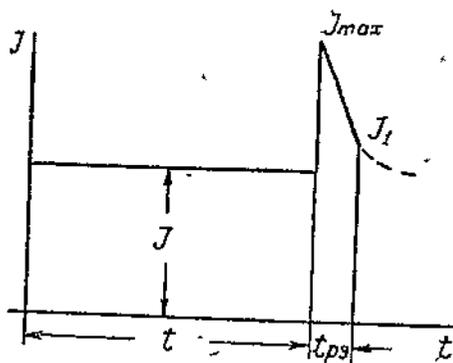
$$t_{\text{пр}} = -2 \frac{v_2 - v_2'}{J_{\text{max}}} \dots \dots \dots 46а.$$

$$l = t_{\text{пр}} (0,432 v_2 + 0,568 v_2') \dots \dots \dots 47а.$$

### 8. Определение эффективного тока в период генераторного торможения

Изменение тока за весь период электрического торможения (период равномерного движения и замедления указаным выше способом) может быть представлено в виде кривой, изображенной на фиг. 11.

Можно считать, что в период останова электрическим торможением ( $t_{\text{пр}}$ ) ток изменяется по прямой  $J_{\text{max}} = J_1$ , где нижний предел тока:



фиг 11

$$J_1 = (J_{\text{max}} - J) e^u + J \dots 48,$$

при  $u = -2$ :  $J_1 = 0,135 J_{\text{max}} + 0,865 J \dots \dots \dots 48а.$

Для рассмотренного случая величина

$$\sum_{i=1}^{i=n} J_i^2 t_i$$

необходима для определения продолжительного тока, где  $J_i$  — силы токов, протекающих через генераторы в соответственные периоды  $t_i$ ;  $n$  — число указанных периодов, может быть определена по ф-ле:

$$\sum_{i=1}^{i=n} J_i^2 t_i = J^2 t_1 + \frac{(J_{\text{max}}^2 + J_1^2 + J_1 J_{\text{max}})}{3} t_{\text{пр}} \dots \dots \dots 49.$$

1) Согласно ур-ням 28 и 34а.

$$\frac{(J_{\text{max}} - J) J_{\text{max}}}{J_{\text{max}} - J} = J_{\text{max}} e^u,$$

откуда и получаем р-во 48.

## 9. Замечания о применении нескольких ступеней реостата в период останова

Применение в период останова нескольких ступеней реостата еще больше уменьшает проходимый эл-возом путь, т. к. при этом тормозное усилие, развиваемое генераторами приближается к торможению с постоянной, а не убывающей останавливающей силой. Указанные выше выводы очевидно, для каждой вновь включенной ступени, выводимого реостата остаются в силе.

Однако, нужно заметить, что применение многоступенчатого реостата усложняет конструкцию аппарата управления. Поэтому всегда, прежде чем выбирать реостат, следует проверить достаточность одной ступени.

## 10. Порядок расчета

Порядок расчета электрического торможения в период останова можно наметить следующий:

а) Во-первых, необходимо задаться величиной допустимого максимального броска тока  $J_{max}$ , имеющего место в момент включения нового меньшего сопротивления  $R_x'$  и по этому току, пользуясь тормозной  $x$ -кой, определить максимальное тормозное усилие  $f_{Tmax}$ .

б) По ф-ле 27 находим величину максимального замедления ( $J_{max}$ ). Причем величина его не должна превышать реально выполнимого значения.

в) Определяем сопротивление реостата ( $R_x'$ ), которое необходимо включить, чтобы, при еще неизменившейся скорости, получить данный бросок тока  $J_{max}$ . При этом пользуемся ф-лами 22, 23 или 24 в зависимости от схемы включения генераторов.

г) Определяем нижний предел скорости ( $v_2'$ ), для чего пользуемся ф-лами 22, 23 или 24 решая их относительно  $v_2'$ .

При этом помним, что теперь уже в них следует подставлять вместо тока—его установившееся значение  $J$ , которому соответствует своя скорость двигательного режима  $v_d$ .

д) По ф-ле 45 определяем величину коэф. перепада скоростей ( $\alpha''$ ) и выбираем его согласно данных ранее указаний.

е) Определяем нижний предел скорости, до которой снижение представляется целесообразным ( $v_{21}$ ); при этом пользуемся ф-лами 37 или 37а.

ж) Определяем реальное время электрического торможения ( $t_{рз}$ ), в течение которого осуществляется перепад скоростей от  $v_2$  до  $v_{21}$  (пользуемся ф-лами 46 или 46а).

з) По ф-ле 47 или 47а находим путь ( $l$ ) пройденный в период  $t_{рз}$  и к нему прибавляем путь, проходимый электровозом при механическом торможении. Т. о. получим общий путь останова.

Если общий путь останова получается недопустимо большим, то применяем многоступенчатый реостат. При этом необходимо задаться не только  $J_{max}$ , но и минимальным значением тока  $J_{min}$ , как это делается при обычных расчетах пускового реостата. Отдельные ступени и периоды их включения определяются по приведенным ранее соображениям.

и) По ф-ле 48 или 48а находим величину тока, при котором выключаются генераторы  $J_1$ , что необходимо для определения эффективного значения тока.

## 11. Данные одного примера

Для поезда из 16 двухтонных груженных вагонеток с 12-ти тонным электровозом типа 4-СР-6, спускающегося с уклона  $s = 0,03$ , со скоростью  $v_2 = 5$  м/сек., оказалось, что если в конце движения применить механический тормаз, то пройденный путь в период останова составит 142 м.

Применением же электрического торможения с одной ступенью реостата, можно добиться, что за период останова эл-воз пройдет только 45 м (22 м под электрическим тормозом и 23 под механическим), что в условиях рудничной эл-возной откатки вполне приемлемо. Время  $t_{рв} = 7$  сек.

Ноябрь 1934 г.

## К расчету червячной передачи

### I. Введение

Задача расчета червячного зацепления заключается в определении шага червячного колеса, т. к. зная шаг можно определить основные размеры зубцов (толщину и длину их), а также шаг самого червяка. Размеры зубцов должны удовлетворять требованиям прочности, долговечности и отсутствия перегрева, возможного вследствие чрезмерно большого удельного давления на скользящих друг по другу поверхностях или продолжительной работы зацепления при больших окружных скоростях. Соответственно этому основу расчета составляет общеизвестное ур-ние, приводимое К. Бахом<sup>1)</sup> и рядом других авторов:

$$t = 10 \sqrt[3]{\frac{450N\eta}{\phi i k n}} \dots \dots \dots 1$$

- где  $N$  — мощность на червячном валу в л. с.,  
 $t$  — шаг колеса в см.,  
 $i$  — число ходов червяка,  
 $n$  — число оборотов его в минуту,  
 $\eta$  — коэф. полезного действия червяка, включая вал,  
 $\phi$  — коэффициент, выражающий зависимость между шагом „ $t$ “ и длиной зубца колеса  $i$ , наконец,  
 $k$  — допустимая нагрузка на зубец в кгр/см<sup>2</sup>, определяемая из условий прочности, а также отсутствия перегрева.

Зависимость температуры перегрева от окружной скорости червяка при постоянстве всех прочих условий является причиной определения „ $k$ “ также, как функции скорости. Трудность расчета и состоит в том, что выбирать значения „ $k$ “ приходится в зависимости от скорости червяка. Скорость же эта неизвестна, т. к. размеры червяка еще не найдены. Поэтому величину ее приходится задаваться, затем определять по ней „ $k$ “, находить по формуле 1 основные размеры червяка и проверять — действительно ли червяк имеет такую скорость, какой задавались.

Вполне очевидно, что после подобной проверки может оказаться, что скорость действительная не совпадает со скоростью взятой в основу расчета. Тогда приходится делать перерасчет и нет никакой гарантии в том, что и пересчет внесет сразу соответствие между скоростями.

В настоящей работе автор поставил себе задачей найти простой метод расчета червячной передачи, исключая указанный трудности и следовательно и необходимость пересчета.

## 2. $k=f(v)$ из опытов

Ряд исследований позволил установить допустимые значения коэффициента „ $k$ “ в зависимости от скорости для различных материалов и различных условий работы и эту зависимость выразить в аналитической форме.

Опыты показали, что при длительной работе при постоянной нагрузке и скорости решающим является опасность перегрева частей зацепления, тогда как возможность разрушения червяка менее реальна. При кратковременной же работе червяка на первое место выступает опасность поломки, тогда как возможность перегрева исключена. В первом случае расчет ведется на нагрев, что осуществляется выбором значения „ $k$ “ несколько меньшего чем во втором случае, когда расчет ведется только на прочность.

Однако, такое разграничение, как будет показано ниже, имеет смысл лишь для некоторых материалов.

Так, например, опыты Баха над червячной передачей для червяка из стали и колеса из бронзы показали, что при хорошем выполнении передачи, помещении ее в масляную ванну допустимая нагрузка „ $k$ “ при длительной работе зацепления с постоянной скоростью и нагрузкой, несколько меньше чем при прерывистой работе в тех же условиях (диаграмма № 1, кривые  $a$  и  $c$ ) Именно К. Бах установил, что

$$k = C(t_0 - t_1) + D,$$

где

$$C = \frac{1}{15v} + 0,42, \text{ а } D = \frac{109}{2,75 + v} - 25,$$

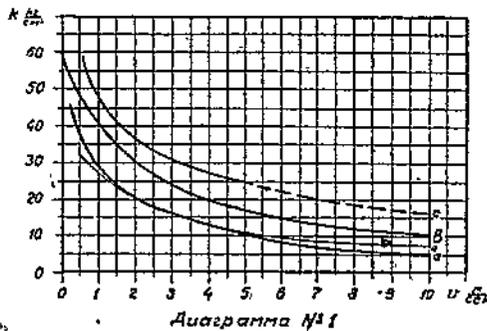
$v$  — скорость скольжения, что более просто при допустимой разности температур  $t_0 - t_1 = 50^\circ\text{C}$  может быть выражено достаточно верно формулой:

$$k = \frac{40}{1 + \frac{v}{2}}, \dots \dots \dots 2$$

(кривая „ $d$ “ на диагр. 1, которая близка к кривой „ $a$ “, полученной из подлинной ф-лы Баха), а при  $t_0 - t_1 = 60^\circ\text{C}$  — формулой Кутцбаха:

$$k = \frac{60}{1 + \frac{v}{2}}, \dots \dots \dots 3$$

(кривая „ $b$ “ на диаг. 1).



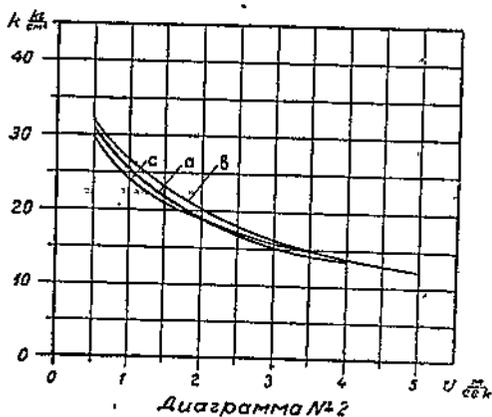
В подобной же передаче, работающей с перерывами, т. е. в условиях, когда расчет ведется на прочность, по данным Ретшера<sup>2)</sup> можно допустить большие значения „ $k$ “ в зависимости от скорости, выраженные кривой „ $c$ “ на диаграмме 1\*). Эта кривая, как выяснил автор, является достаточно точным начертания уравнения:

$$k = \frac{65}{1 + \frac{v}{3}} \dots \dots \dots 4$$

Согласно опытам Штрибека, Кутцбаха и данным Ретшера для чугунных передач, работающих преимущественно со средними скоростями ( $v \leq 5 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$ ), разграничение расчета на расчет по прочности и на расчет на нагрев смысла не имеет, т. к. кривые  $k=f(v)$ , как для условий длительной работы (кривая по данным Штрибека „ $a$ “ и кривая по Кутцбаху — „ $b$ “ на диаграмме 2), так и прерывистой (данные Ретшера — кривая  $c$ ) примерио совпадают и аналитически без практической погрешности могут быть обобщен в формулу Кутцбаха (выведенную им для чугуна).

$$k = \frac{40}{1 + \frac{v}{2}} \dots \dots \dots 2$$

Можно считать, что уравнения 2, 3 и 4 полностью обобщают все случаи влияния условий работы, материала и скорости на значения коэф. „ $k$ “. Правда, они, казалось бы, не учитывают некоторых очень благоприятных случаев работы, когда допускаемое напряжение „ $k$ “ могло бы быть и повышено или, наоборот, неблагоприятных, — когда „ $k$ “ могло бы быть и понижено (например в случае большого угла под'ема рекомендуется „ $k$ “ понижать). Однако, варьируя указанными тремя формулами все же можно учесть и указанные тонкости влияния условий работы, например, в случае необходимости понижения „ $k$ “ применением формулы 2 вместо 3.



### 3. Метод расчета

Итак, только что была выяснена простая аналитическая связь между коэф. „ $k$ “ и скоростью „ $v$ “ для различных случаев практики. Скорость скольжения „ $v$ “, измеряемая по начальной окружности червяка, определяется по формуле:

$$v = \frac{\pi d n}{60 \cdot 100} \left( \frac{\text{м}}{\text{сек.}} \right),$$

\*) Ретшер указывает данные для „ $k$ “ при скорости „ $v$ “, изменяющейся от 0,5 м/сек. до 5 м/сек. По аналогии с кривыми „ $a$ “ и „ $b$ “ можно установить характер этой кривой и при высших скоростях (пунктирная кривая).

где  $d$  — диаметр начальной окружности червяка в см., или в зависимости от шага, т. к.

$$d = \frac{it}{\pi \cdot \operatorname{tg} \alpha},$$

где  $\alpha$  — угол подъема червяка,

$$v = \frac{itn}{60 \cdot 100 \operatorname{tg} \alpha} \dots \dots \dots 5$$

Таким образом коэф. „ $k$ “ может быть выражен в зависимости от шага колеса  $t$ . Например, для червяка из стали и колеса из бронзы в случае прерывистой работы зацепления эта зависимость обнаружится, если вместо скорости „ $v$ “ в формуле 4 подставить ее значение из формулы 5.

Тогда

$$k = \frac{65}{1 + \frac{itn}{3 \cdot 60 \cdot 100 \cdot \operatorname{tg} \alpha}} \dots \dots \dots 6$$

С другой стороны, зависимость между „ $k$ “ и „ $t$ “ выражается основным расчетным уравнением 1. Очевидно, что для соблюдения условия прочности шаг зацепления должен иметь такое значение, которое бы удовлетворяло оба уравнения. Это значение „ $t$ “ можно найти из совместного решения уравнений 1 и 6, например, методом подстановки формулы 6 в формулу 1, что напишется так:

$$t = 10 \sqrt[3]{\frac{450N\eta \left(1 + \frac{itn}{3 \cdot 60 \cdot 100 \cdot \operatorname{tg} \alpha}\right)}{\phi \sin 65}}$$

или

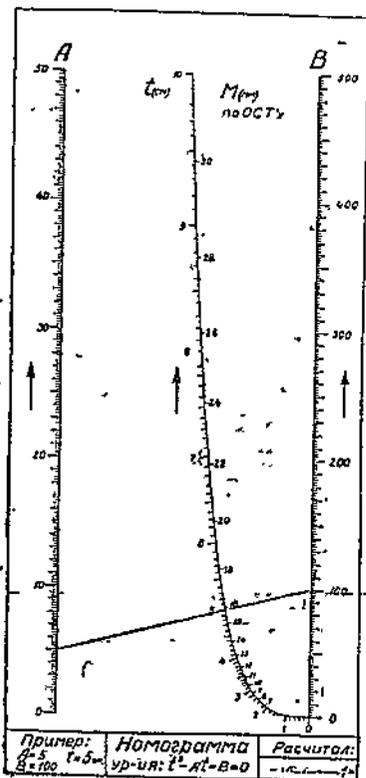
$$\begin{aligned} t^3 &= \frac{1000 \cdot 450N\eta}{\phi \sin} + \frac{1000 \cdot 450 \cdot N \cdot \eta \cdot itn}{65 \cdot 3 \cdot 60 \cdot 100 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \phi \sin} = \\ &= \frac{6920N\eta}{\phi \sin} + \frac{0,385N\eta}{\phi \operatorname{tg} \alpha} t; \end{aligned}$$

Обозначив через  $A = \frac{0,385N\eta}{\phi \operatorname{tg} \alpha}$  и через  $B = \frac{6920N\eta}{\phi \sin}$ , получим новое расчетное уравнение:

$$t^3 - At - B = 0 \dots \dots \dots 7$$

Это уравнение легко разрешимо относительно  $t$  с помощью специально построенной номограммы (черт. 3) и дает величину шага обеспечивающую правильную работу зацепления.

Для других условий работы и материалов червячной передачи формулы для определения  $A$  и  $B$  можно найти аналогичным способом. Эти формулы, как можно



Черт. 3.

убедиться проделав выше приведенные манипуляции, построены одинаково и отличаются друг от друга только численными коэффициентами, которые обозначим соответственно через „а“ и „b“, так что

$$A = \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot \frac{N\eta}{\phi} \dots \dots \dots 8,$$

$$B = \frac{b}{in} \cdot \frac{N\eta}{\phi} \dots \dots \dots 9.$$

По формулам легко вычислить значения „А“ и „В“. Величины же „а“ и „b“ в зависимости от материалов и условий работы определены указанным способом и сведены в таблицу № 1.

Таблица № 1.

Материал колеса	Условия работы	a	b	„k“ опре- делялось по форм.
Бронза	Работа без перерыва, допустимая $t_0 - t_1 = 50^\circ\text{C}$ , $V \leq 10$ м/сек. маслян. ванна, хорош. выполнен.	0,937	11250	$k = \frac{40}{1 + \frac{v}{2}}$
	Работа без перерыва, допустимая $t_0 - t_1 = 60^\circ\text{C}$ , $V \leq 10$ м/сек. остальное тоже	0,625	7500	$k = \frac{60}{1 + \frac{v}{2}}$
	Работа с перерывом или очень медленно (условия для расчета на прочность)	0,385	6920	$k = \frac{65}{1 + \frac{v}{3}}$
Чугун	Рекомендуется $V \leq 5$ м/сек.	0,937	11250	$k = \frac{40}{1 + \frac{v}{2}}$

#### 4. Некоторые замечания

Из вышеизложенного очевидно, что при шаге  $t$ , определенном указанным методом (вычислением  $A$ ,  $B$  и по номограмме  $t$ ), всегда получается равенство между допустимой нагрузкой „ $k_{\text{доп}}$ “ и фактической „ $k_{\text{фак}}$ “ и следовательно нет необходимости не только в пересчете, но даже и в проверке полученного шага. Однако, при автоматическом пользовании указанным способом можно получить неблагоприятный результат. Нужно всегда помнить те условия, из которых были получены коэффициенты „А“ и „В“. Для червяка из стали и колеса из чугуна в основу была положена формула 2. Эта формула рекомендуется

Кутцбахом для окружных скоростей менее 5 м/сек., т. к. при больших скоростях вообще работа по чугуно нежелательна; если по расчету получится скорость большая, то, очевидно, желательно переменить материал или изменить данные взятые в основу расчета.

Следующая операция после нахождения шага — исправление его для выбора модуля, соответствующего имеющемуся по ОСТ'у и нанесенному на номограмме.

Нужно заметить, что модуль следует брать ближайший больший, т. к. в этом случае исправленный шаг „ $t'$ “ будет также больше и, что нетрудно доказать, новое допустимое напряжение „ $k'_{фак}$ “ будет больше действительного „ $k'_{фак}$ “:

$$k'_{доп} > k_{фак}, \text{ т. е. } \frac{k'_{доп}}{k'_{фак}} > 1 \dots \dots \dots 10$$

Действительно, если до исправления шага имели

$$k_{доп} = k_{фак},$$

т. е., т. к. (см. формулу 6)

$$k_{доп} = \frac{65}{1 + \frac{i \cdot n \cdot t}{3 \cdot 60 \cdot 100 \cdot \text{tg} \alpha}} = \frac{C_0}{1 + C_1 t},$$

где  $C_0$  и  $C_1$  постоянные, а из формулы 1

$$k_{фак} = \frac{10^3 \cdot 450 \cdot N \eta}{t^3 \phi i n} = \frac{C_2}{t^3}$$

( $C_2$  — также постоянная) и следовательно:

$$\frac{C_0}{1 + C_1 t} = \frac{C_2}{t^3} \dots \dots \dots 11,$$

то после исправления шага в сторону увеличения:

$$t^1 = m t,$$

где  $m$  должно быть больше единицы ( $m > 1$ ), получим:

$$k'_{доп} = \frac{C_0}{1 + C_1 t^1} = \frac{C_0}{1 + C_1 m t},$$

$$k'_{фак} = \frac{C_2}{(t^1)^3} = \frac{C_2}{t^3 m^3} \dots \dots \dots 12$$

Подставив в уравнение 12 значение  $\frac{C_2}{t^3}$  из уравнения 11. и разделив  $k'_{доп}$  на  $k'_{фак}$  получим, что

$$\frac{k'_{доп}}{k'_{фак}} = \frac{C_0}{1 + C_1 m t} \cdot \frac{(1 + C_1 t) m^3}{C_0} > 1,$$

т. к.  $m > 1$ , т. е. получим неравенство 10, которое и требовалось доказать.

Дальнейший порядок расчета (определение шага самого червяка по формуле  $h = it$ , диаметра начальной окружности его основных размеров, числа зубьев колеса и т. д.) остается таким же как обычно.

## 5. Пример

Допустим необходимо определить модуль червячного колеса из фосфористой бронзы при червяке из стали. Зацепление должно работать непрерывно, но так, чтобы температура перегрева не превышала  $60^{\circ}\text{C}$ . При этом передаваемая мощность  $N=5,3$  л. с., число оборотов червяка  $n=400$  об/мин., число ходов червяка определено заранее  $i=2$ , предполагаемый к. п. д. передачи  $\eta=0,81$ , выбранный угол под'ема при этом  $\alpha=16^{\circ}$  и отношение длины зуба колеса измеренной по дну впадина к шагу колеса  $\phi=2,5$ .

Решение; а) По таблице № 1 находим, что для заданных условий работы коэффициенты  $a=0,625$ ,  $b=7500$ .

в) Вычисляем коэффициенты „А“ и „В“.

$$A = \frac{N\eta}{\phi} \frac{a}{\operatorname{tg}\alpha} = \frac{5,3 \cdot 0,81}{2,5} \cdot \frac{0,625}{\operatorname{tg} 16^{\circ}} = 3,74;$$

$$B = \frac{N\eta}{\phi} \frac{b}{in} = \frac{5,3 \cdot 0,81}{2,5} \cdot \frac{7500}{2 \cdot 400} = 16,1;$$

с) По номограмме находим, что этим значениям  $A$  и  $B$  соответствует модуль  $M=9,6$  мм. Модуль ближайший большой по ОСТ'у находим также по номограмме равным  $M=10$  мм, при шаге  $t'=31,4$  мм. Проверки на отсутствие перегрева или прочности делать нет надобности.

*Примечания:* 1) К. Бах. „Детали машин, их расчет и конструкции“, т. 1, стр. 514 и 522 изд. ГНТИ 1931 г.

2) Ретшер „Детали машин“ т. 2, 1933 г.

Декабрь, 1933 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

	<i>Стр.</i>
<b>Доцент Н. А. Волнов</b> — Первые микроскопические исследования сажистых углей из буровых скважин №№ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 Паликовского месторождения (Брюсова Буда) Западной области . . . . .	3
Assist.-Prof. N. A. Wolkoff. — Microscopic studies of soot coal from bore holes №№ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 of Palikow coal deposit in Western Region . . . . .	3
<b>Профессор И. М. Верховский</b> — К методике построения кривых обогащения руд . . . . .	20
Prof. E. M. Weichowsky — Contributions to graphical methods in ore dressing calculations . . . . .	20
<b>Профессор И. М. Верховский</b> — Применение суммарной диаграммы Рейнгардта для определения оптимальных выходов отдельных компонентов смеси рудных концентратов и содержания в них металла . . . . .	41
Prof. E. M. Weichowsky — Application of Reinhardt diagram for determination of optimum yield and metal content of components in a summary ore concentrate . . . . .	41
<b>Инженер И. Я. Лаврушин</b> — Холодное брикетирование углей с торфяной гидромассой . . . . .	50
I. J. Lavroushin — Cold briquetting of peat and bituminous coal mixture . . . . .	50
<b>Профессор И. М. Воронков</b> — К кинематике рудничного подъема . . . . .	62
Prof. I. M. Woronkoff — Contribution to kinematics of hoisting . . . . .	62
<b>А. И. Лебедев</b> — Инвариантное преобразование уравнений Гамильтона . . . . .	69
A. I. Lebedeff — Invariant modification of Hamilton equation . . . . .	69
<b>Аспирант В. С. Кравченко</b> — Электрическое торможение рудничных электровозов . . . . .	73
W. S. Krawtchenko — Electric brake of mine electric locomotives . . . . .	73
<b>Аспирант В. С. Кравченко</b> — К расчету червячной передачи . . . . .	93
W. S. Krawtchenko — Contribution to worm-gear design . . . . .	93